

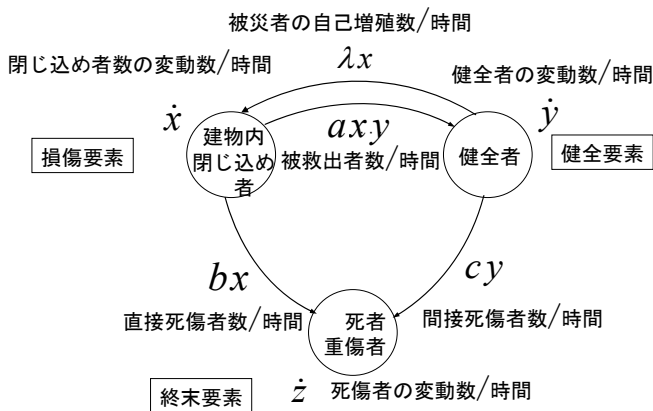
1. 序

千変万化の様相を呈する地震および震災、減災への科学的アプローチを目指し、筆者は生物の被捕食・捕食系、疫病の感染、免疫システムなどに示唆を得て、マクロな防災減災数理モデルとして連立微分方程式の応用を試みて来た[1~10]。

本稿では、数理モデルの被災地域内から外へ及び自律分散から組織化への変遷を防災減災ネットワークの変容と進化として捉え、各過程においてアイソクライン法（注 1） [11]による定性的で概略的な解軌道の構造を解明する。尚、本稿は主として文献[9, 10]を基に編集し直したものであるが、最後に巨大津波と原発事故という直近の未曾有の震災モードへの適用性についても考察を加えよう。

2. 防災減災数理モデル

まず典型的な地震直後の被災地域内における損傷、健全、終末の防災要素(x, y, z)を設定し、自律分散的な被害者救助を想定した数理モデルを図1、式1~3に示す[5]。式4, 5は防災要素の総量の一定性を意味している。尚、ここでは人命尊重の立場から、各要素は人命の数（人口）とし、xは一時的に建物等による非拘束者数、yは一時的に難を逃れ同時に被災者の私的救助にも当たれる健全者数、zは死者又は快復不可能な重篤者数とする。震災の自己増殖効果（火災の延焼、誤情報、避難時のパニック、交通渋滞などによる）を $\lambda x, cy$ で考慮している。



$$\dot{x} = -axy - bx + \lambda x \quad (1)$$

$$\dot{y} = axy - cy - \lambda x \quad (2)$$

$$\dot{z} = bx + cy \quad (3)$$

さらに

$$\dot{x} + \dot{y} + \dot{z} = 0 \quad (4)$$

$$x + y + z = K_0 \quad (5)$$

図1 防災減災数理モデル（被災地域内の場合）

さらに a, b, c, λ の存在と組み合わせにより、被災地域内では図2のような数理モデルの変容と進化が考えられる。

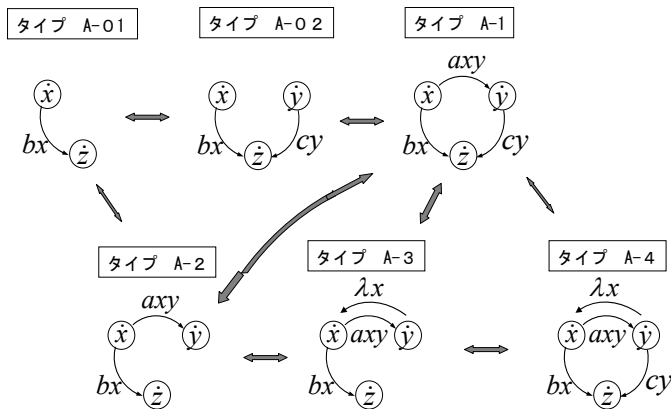


図2 防災数理モデルの変容と進化

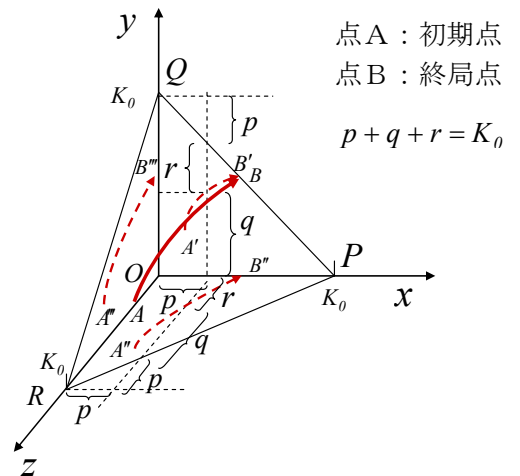


図3 3次元位相空間解軌道（防災要素総量一定）

3. 防災要素総量の一定性

地震直後の被災地域内における防災要素(x, y, z)の総量は一定であり、3次元位相空間解軌道は図3のように△PQR上の曲線ABのように初期点Aが与えられると一意的に描かれる。次章にて求めるx-y、x-z位相平面特性はその投影図である。

4. 位相空間解軌道

本稿では、防災要素総量の一定条件の下での位相空間解軌道(x-y、x-z平面)を、図2の全てのパターンが含まれているタイプA-4について求め下図に示す。

● 初期点 ● 収束、発散点

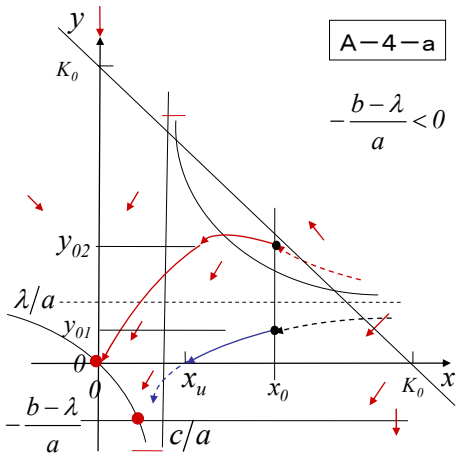


図4(a) タイプA-4a, x-y位相平面解軌道

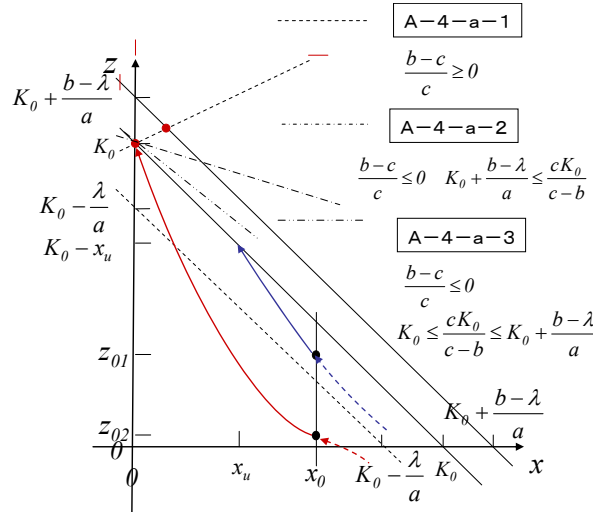


図4(b) タイプA-4-a, x-z位相平面解軌道

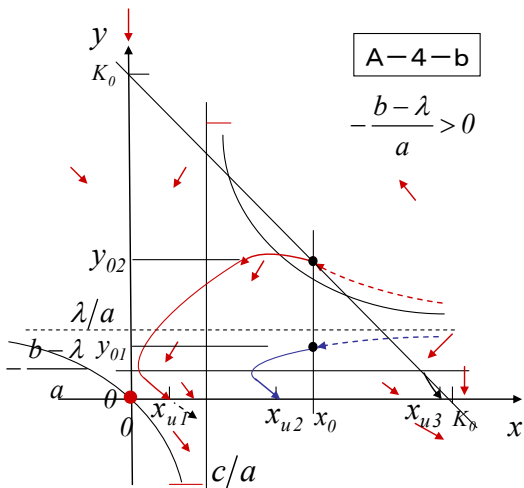


図4(c) タイプA-4b, x-y位相平面解軌道

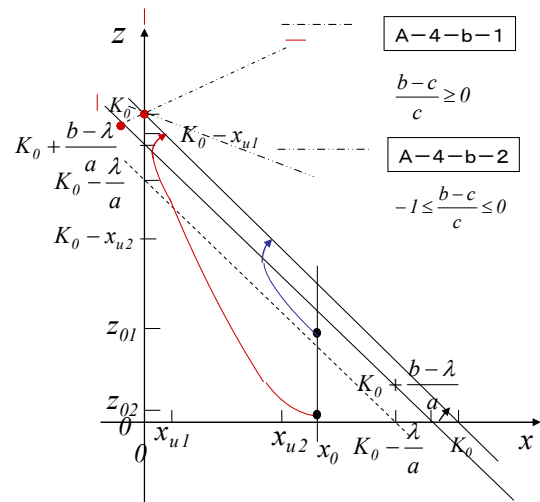


図4(d) タイプA-4b, x-z位相平面解軌道

(注1) 位相平面解軌道(アイソクライン法による) [11]

式1~5の微分方程式の解については、アイソクライン法によりその増減の定性的な概形を推定することができる。例えば、式1, 2において $\dot{x} = 0$, $\dot{y} = 0$ とおいて x-y 位相平面にそれぞれのアイソクラインを描き、それらにより仕切られた各領域における x, y 増分のベクトルの傾きは \dot{x} , \dot{y} の正ゼロ負から判別が可能で、初期点を与えられると解軌道として概形が定性的に求まる。

続いて式5のように要素の総量が一定の場合は、y-z, z-x 位相平面の解軌道も一意的に求まる。

5. 諸係数の空間的分類

各タイプにおける諸係数 a, b, c, λ の存在領域を下式および図 5 に示す。

- タイプ A-1 $a, b, c > 0 \quad \lambda = 0$ (6)
- タイプ A-2 $a, b > 0 \quad c = 0, \lambda = 0$ (7)
- タイプ A-3 $a, b, \lambda > 0 \quad c = 0$ (8)
- A-3-a $-\frac{b-\lambda}{a} < 0 \quad b \geq \lambda$ (9)
- A-3-b $0 < -\frac{b-\lambda}{a} \quad b \leq \lambda$ (10)
- タイプ A-4 $a, b, c, \lambda > 0$ (11)
- A-4-a $-\frac{b-\lambda}{a} < 0 \quad b \geq \lambda$ (12)
- A-4-b $-\frac{b-\lambda}{a} > 0 \quad b \leq \lambda$ (13)

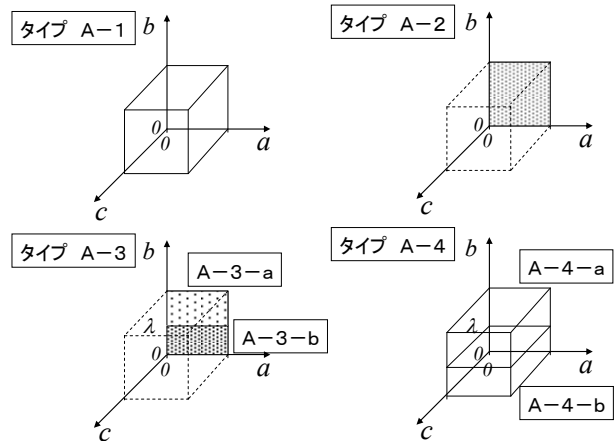


図 5 諸係数存在領域の空間表示

上図の諸係数が空間内で変動することにより、図 2 の数理モデルの変容と進化が生じる。ここでは分かり易く 2 係数(a, b)における位相(x, y)平面解軌道の求め方を $P \rightarrow Q$ 、 $P \rightarrow R$ (離散的移動) について下図に例示する。

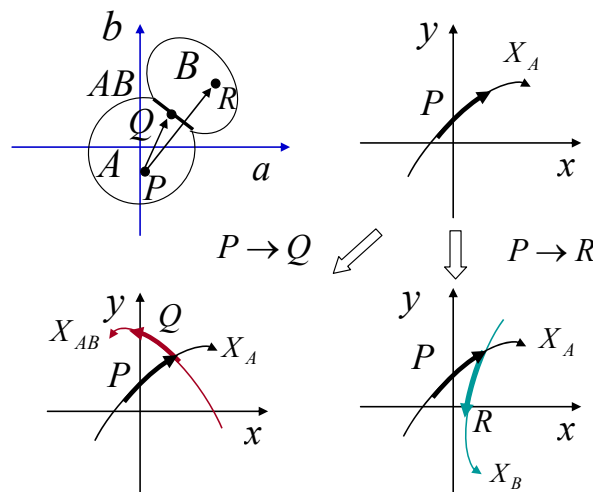


図 6 諸係数の変動による位相平面解軌道の変化

6. 解軌道の考察 (被災地域内の場合)

図 4 の位相平面解軌道はアイソクライン法による定性的推定解であり、解の増減や存在形状などの基本的な性質が示されている。従って、得られた防災要素 (損傷、健全、終末) の増減による被災地の被害や復旧などの推移の予想が可能となり、本稿で考慮した防災総量一定条件により被災地の終息状況が明らかとなった。ここで注意すべきことは、不幸にも健全者 y がゼロに又は被拘束者 x が有限値に留まる場合であり、時間的経緯にもよるが、予測される震災の場合は抜本的な対策が必要となる。

7. 救助専任部署の組織化

震災直後の混乱が一段落し市町村、消防、警察などの公的救助が始まると、図 1, 2 の要素 y は組織化された救助専任部署となる。

図 7 は図 2 の防災数理モデルの更なる変容と進化の様を示したものである。ステージ 0 から 1 へは救

助専任部署の組織化を、ステージ 1 から 2 へは救助者補充組織の被災地域内から外への進化過程の例を示している。

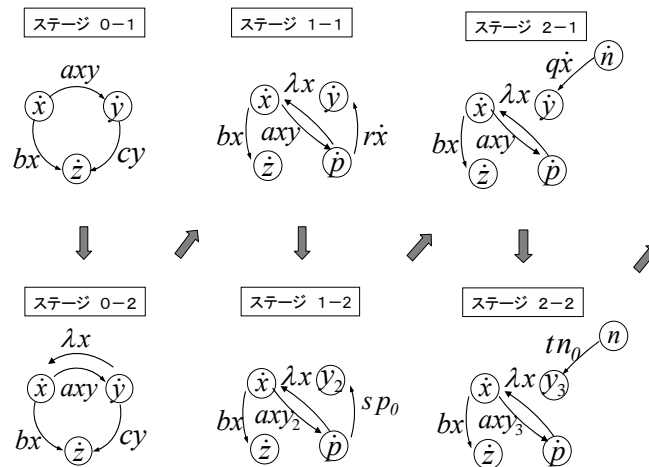


図 7 防災数理モデルの変容と進化（被災地域内から外へ、救助部署の専任組織化へ）

本稿の前段で提示した地域内非組織的対応をステージ 0 に据えて、さらに、地域内組織的対応としてステージ 1 で p （例えば被災市町村の健全者総人口など）を追加設定し、地域外組織的対応としてステージ 2 で n （例えば被災都道府県、国の健全者総人口など）を追加して数理モデルをアレンジしたのが図 7 の防災ネットワークの変容と進化である。ステージ 0 では図 2 の一部を用いており、ステージ 1-2 で救助専任部署 y への p からの補充が限度に達し、ステージ 2-1 で n からの補充に移行し、ステージ 2-2 で n からの補充が限度に達し、更なる補充源（他県、他国など）への移行の可能性を示している。図 7 ではステージ 1 及び 2、更とその先においても微分方程式は同型となることが分かっているが、その詳細な考察は文献[7, 8]を参照されたい。

8. 震害地域内、救助部署の組織化数理モデル

ここでは被災地域内、救助部署の組織化のステージ 1-1 を対象とし、改めて数理モデルと方程式を図 8、式 14 に示す。

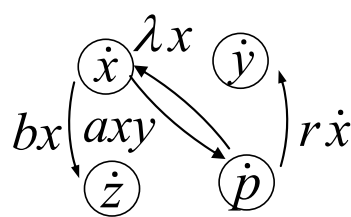


図 8 被災地域内、救助部署組織化の数理防災モデル

$$\left. \begin{aligned}
 \dot{x} &= -axy - bx + \lambda x \\
 y &= y_1 + rx, \quad \dot{y} = rx \\
 \dot{p} &= axy - r\dot{x} - \lambda x \\
 \dot{z} &= bx \\
 \dot{x} + r\dot{x} + \dot{p} + \dot{z} &= 0 \\
 (1+r)\dot{x} + \dot{p} + \dot{z} &= 0
 \end{aligned} \right\} (14)$$

図 8 では y （救助専任部署）は組織化され、 p （市町村の住民健全者）と分離されている。ステージ 0 の c をステージ 1 ではゼロと置いたが、事後の震災関連死者数が p に比して相対的に無視できない場合は $c\dot{p}$ として考慮すべきであるが、詳細な議論はまた別の機会に譲ることとする。

ここに λx : 自己増殖者増分（例えば、延焼、渋滞、パニックなど）、
 $r\dot{x}$: 専任救助者増分、また上式より、 \dot{p} は次式のように与えられる。

$$\dot{p} = d(1+r)xy - \{\lambda(1+r) - rb\}x \quad (15)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{そこで、} & \quad a(1+r) \Rightarrow a' \\ & \quad \lambda(1+r) - rb \Rightarrow \lambda' \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

$$\text{とけば、} \quad \dot{p} = axy - r\dot{x} - \lambda x \Rightarrow \dot{p} = a'xy - \lambda'x \quad (17)$$

さらに、防災総量の一定性は次式で示される。

$$\left. \begin{aligned} \dot{x} + \dot{y} + \dot{p} + \dot{z} = 0 & \quad \therefore x + y + p + z = K_0 \\ (1+r)\dot{x} + \dot{p} + \dot{z} = 0 \\ (1+r)x + p + z = K_1 (= K_0 - y_1) \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

アイソクライン法により、式 14 の解の定性的概形が位相空間解軌道として得られる。

直観的な認識を容易にするため、ここでは式 18 に基づき、図 9 の $(1+r)x - p - z$ の 3 次元位相空間を想定すると、解軌道は平面 ABC 上に図 3 と同様に一意的に描かれる。

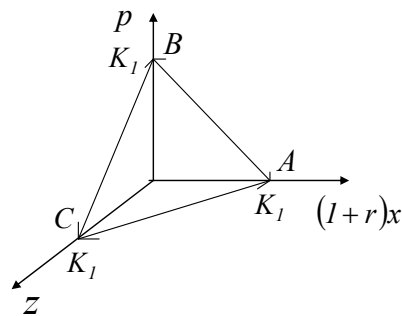


図 9 $(1+r)x - p - z$ の 3 次元位相空間

次章では $(1+r)x - p$ 平面に投影された位相平面解軌道を求めよう。 $(1+r)\dot{x}, \dot{p} = 0$ から求めたアイソクラインにより仕切られた各領域における $(1+r)\dot{x}, \dot{p}$ の正ゼロ負から位相平面解軌道が図 10(a)~(f) のように分類され描かれる。但し $0, (1+r)\frac{-ay_1 - b + \lambda}{ar}, (1+r)\frac{-a'y_1 + \lambda'}{a'r}$ の大小関係から ケース A, B-1, -2, C-1, -2, D に分類される。

ここで、初期値は $(1+r)x_0, p_0$ で与えられている。

9. 位相平面解軌道

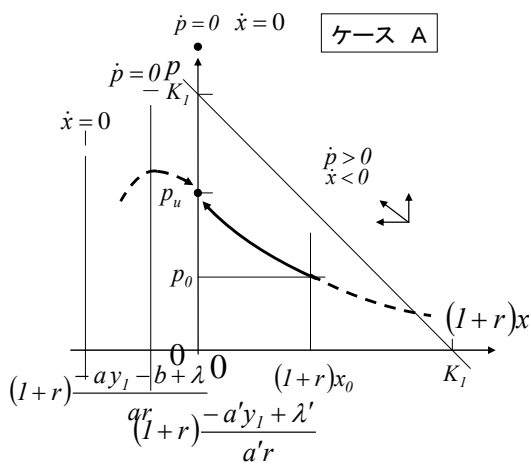


図 10(a) ケース A

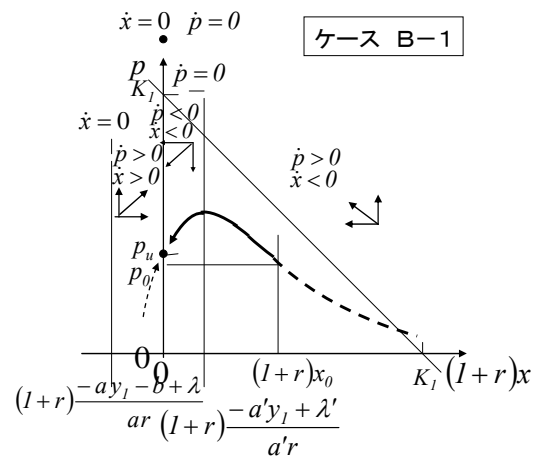


図 10(b) ケース B-1

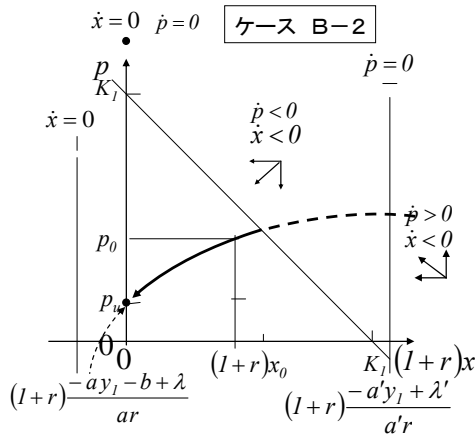


図 10(c) ケース B-2

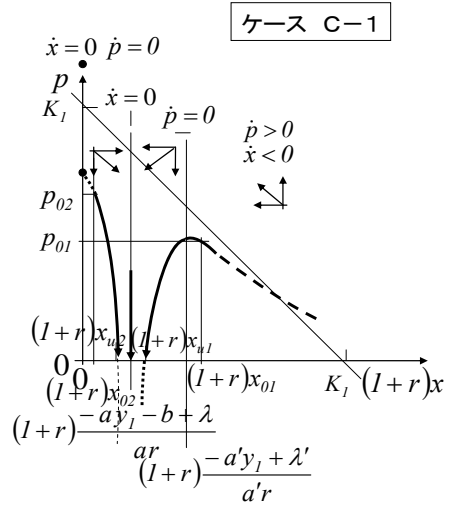


図 10(d) ケース C-1

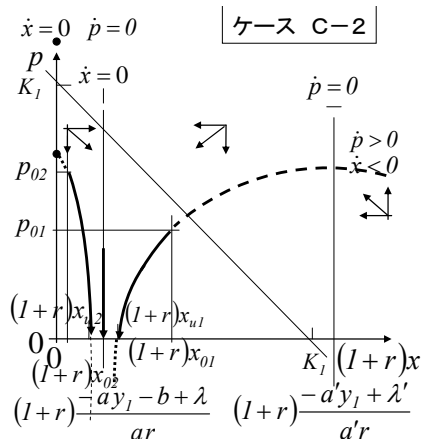


図 10(e) ケース C-2

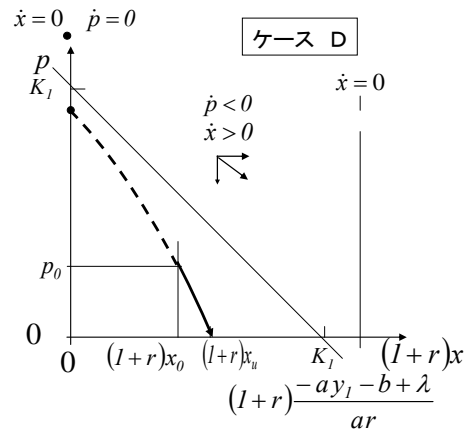


図 10(f) ケース D

図 10 $(1+r)x - p$ 位相平面解軌道

図 10 の各ケースに対応して、防災数理モデルを構成する諸係数の存在領域を図 11 に示す。

第 5 章で述べたように、数理モデルの変容と進化は諸係数の変動により生じるもので、その場合は各領域における解軌道を順次結合すれば求まることになる。

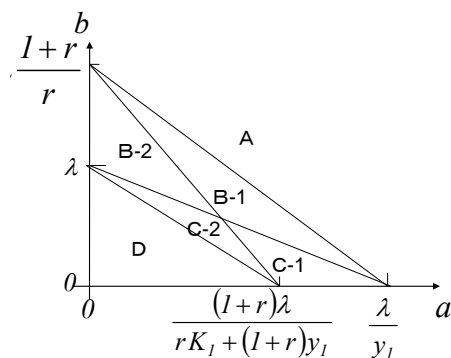


図 11 諸係数の存在領域

10. 解軌道の考察（救助部署の組織化、専任化の場合）

公的、組織的対応により、 y はゼロにはならないが、地域住民の健全者人口 p については図 10 よりケース B では激滅の可能性があり、ケース C,D では住民の人口が確実にゼロになる防災数理モデルの存在することが分かった。そのような場合には、図 7 の防災減災ネットワークにおけるステージ 2 へと変容と進化を遂げ、被災地域内から外部の都道府県、国、外国などに専任救助部署への支援を求める必要がある。

11. 大津波、原発事故災害への応用性

上記の考察は 1995 年兵庫県南部地震（阪神淡路大震災）以後 2008 年ごろまでに行った研究を基にポイントを抜粋し整理したものであるが、2011 年東北地方太平洋沖地震（東日本大震災）では大津波と原発事故により未曾有の大被害が生じたため、防災減災数理モデルの各要素にどのような変更を行えばよいか検討を加えた結果を下図に示す。各ステージの表記は図 7 による。

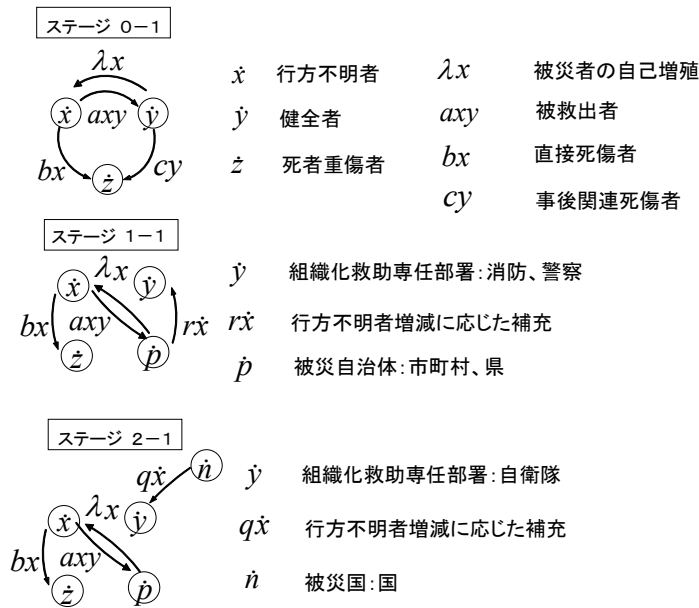


図 12 防災数理モデル（津波被害者救助の場合）

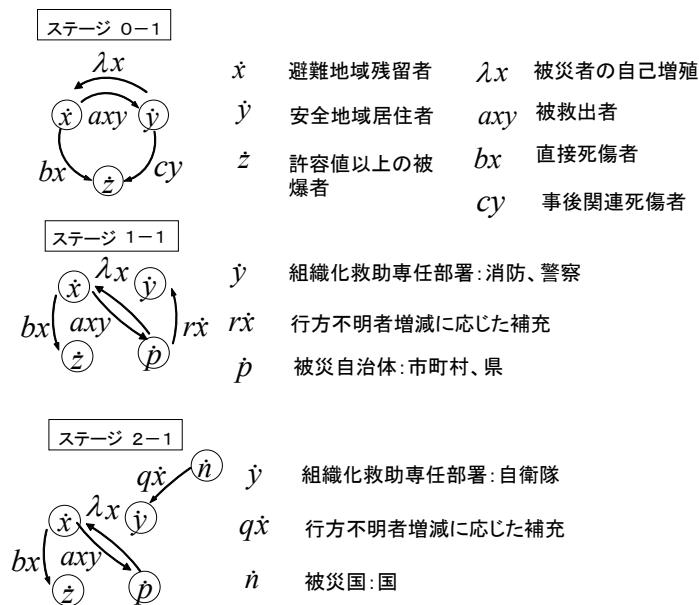


図 13 防災数理モデル（原発事故被害者救助の場合）

人命の数に焦点を絞れば、津波も原発事故の場合も地震の場合と概略同じ数理モデルで表現可能であることが分かった。しかし、住宅や都市施設などの都市インフラの被災状況は地震、津波、原発事故とでは大きく異なるため、人命からインフラ、環境などへと視点を変えれば数理モデルも変化するであろうが、また稿を改めて考察を加えたい。特に原発事故の場合は放射性物質の飛散や残存、処理など科学技術的にも不明確かつ未解明な部分も多く、今後に残された大きな課題である。

12. 結

本稿では、防災要素の総量一定条件下での防災数理モデルの解をアイソクライン法による位相空間解軌道として、マクロかつ定性的な構造を明らかにした。さらに、震災地域内における数理モデルの変容と進化を地震直後の混乱期における私的且つ自律分散的な救助態勢から組織化された救助専任部署へ、さらに被災地域内から地域外への変遷過程と捉え、数理モデルの諸係数の空間内での移動として記述されることを示した。従って、防災減災問題の数理科学的なアプローチへの端緒は開かれたものと考えている。

本稿の特色でもあり限界でもあるが、人命尊重の精神からその人命の数に焦点を当てて数理モデルの構築を行った。このような視点によれば、地震による建物の倒壊や火災現象が顕著であった阪神淡路大震災の場合と津波や原発事故による災害が顕著であった東日本大震災の場合とでは、各要素の定義に若干の変更を加えることで概略同型の数理モデルが適用可能であることが分かった。

尚、本稿では大胆な単純明快化の方針の下に数理モデル化を行ったが、実際の地震被害の状況は千差万別であり、ディテールに至ればまだまだ多くの議論の余地が残っていること、更には、飽くまでも数理モデルという抽象的な考察に留まっており、今後とも多くの実証的な検討を加えることが必要である。

次稿においては防災減災システムの評価について考察を加える予定であるが、その際には人命の数の増減が要点になる。本稿では省略したが、防災要素の時間的推移についての定性解は、既往の文献[8,9]でも求めているので参照されたい。

文献

- [1]河村廣：リカレント評価モデルによる震害連鎖評価－損傷連鎖・微分方程式の応用－、日本建築学会、第29回情報システム利用技術シンポジウム論文集、pp. 217-220, Dec. 2006.
- [2]河村廣：地震防災学の定量的グランドスキーム－複雑系への逆システム学的アプローチ、日本建築学会近畿支部研究報告集、pp. 537-540, 平成19年6月.
- [3]河村廣：地震防災学の定量的グランドスキーム－免疫防災システムとその設計・評価－、日本建築学会大会学術講演梗概集（九州）、A-2、防火・海洋建築・情報システム技術、pp. 449-450, Aug. 2007.
- [4]河村廣：防災数理モデルの変容と進化のネットワーク－震災地域内、非組織的対応の場合－、土木学会地震工学論文集、土木学会地震工学研究発表会、Vol. 129, 12-5, pp. 1381-1386, 8, 2007.
- [5]河村廣：防災数理モデルの変容と進化－免疫システムの応用－、日本地震学会予稿集、B32-11, 2007年度秋季大会、p. 71, 10, 2007.
- [6]河村廣：数理モデルによる防災ネットワークの構築および評価、日本地震工学会大会－2007 梗概集、pp. 390, 391, 11, 2007.
- [7]河村廣：防災数理モデルの変容と進化のネットワーク－免疫防災システム：被災地域内から外へ、非組織的から組織的へ－、日本建築学会、第30回情報システム利用技術シンポジウム論文集、pp. 133-136, Dec. 2007.
- [8]河村廣：防災数理モデルの変容と進化のネットワークとその応用性、東濃地震科学研究所報告、(財)地震予知総合研究振興会、Seq. No.22-2/2, pp.255-264, 2008, 3.
- [9]河村廣：震害地域内防災数理モデル－防災要素の総量一定条件の下で－、日本建築学会近畿支部研究報告集、第48号、計画系、pp.373~376, 2008, 6.
- [10]河村廣：震害地域内防災数理モデル－救助専任部署の組織化、防災要素の総量一定の場合－、日本建築学会大会学術講演梗概集（中国）、pp.457,458, 2008, 9.
- [11]参考：巖佐 庸：数理生物学入門、共立出版、1998. 3, 改装版1刷発行.