極限地震応答(逆)解析

河　村　　廣

はじめ

前ページでは終局崩壊性能設計の基本構想について述べたが、本ページでは前ページで予告したように、極限地震応答(逆)解析について論述する。しかし(逆)解析というのは既往の(順)解析の入力と出力を逆転させたものなので、ここでは先ず理解し易い(順)解析の手順[1,2]に従って説明しよう。

説明の仕方はこれまでも講演等で用いて来た ppt 方式を活用し、各スライドにはナンバー（S-1,…）を付し引用しつつ概要を解説する。尚、詳細については文献[1,2]に記述されているが、本ページに資する最新版として追加修正されている箇所もあることを断っておきたい。

基礎理論：S-1,~, S-9

S-1,~, S-9　は極限地震応答解析の基礎理論で、原理、前提、仮定などである。

構造物は自身にとって各サイクルごとに最大入力エネルギーとなる地震波を地震動入力波の中から継続的に選択するという、「最大入力エネルギー選択原理」に基づき、一質点系を対象として立式を行っている。

本原理はマクロに見ればエネルギー拡散におけるエントロピー増大則と同質であり、見方を変えれば前ページの自己組織化現象の一種とも言えるであろう。

有限共振応答解析：S-10,~, S-34

有限共振応答解析：S-10,~, S-16

パルス応答解析：S-17,~, S-34

極限地震応答解析は有限共振応答解析とパルス応答解析とからなり、S-10,~, S-16　に有限共振応答解析の手順を示す。その内 S-10,~, S-12　は一質点系の場合について、S-13,~, S-16　は多質点系への応用法について述べたものである。

パルス応答解析の手順を S-17,~, S-34 に示す。その内 S-17,~, S-18 は一般的な単一パルス波入力の場合であるが、単一矩形速度波を受ける場合を S-19 ,~, S-22 に、単一矩形加速度波を受ける場合を S-23,~, S-27 に示す。更に多質点系への応用法についての一例を S-28 ,~, S-34 に示す。

地震動スペクトル：S-35 ,~, S-43

震源の断層モデルから発震される地震動の可能性のある最大の周期特性分布を極限地震応答解析に用いる地震動スペクトルと仮定し、台形として求める手法を S-35 ,~, S-43 に示す。ここではマグニチュード M、建設地盤卓越周期 T_G、震央距離⊿、断層ずりの平均速度 $\bar{\dot{d}}$ 等の関数として与えられている。

構造物の崩壊基準と損傷率：S-44

構造物の崩壊をもたらす崩壊基準及び損傷率を極限地震応答解析により求まる応答量（一方向最大応答変位または繰り返し変位と繰り返し回数）の関数としてS-44に示す。但し、構造物の崩壊には種々のモードが考えられるが、ここでは“鉛直荷重を支え切れなく現象”と定義しておこう。

地震動入力と極限地震応答解析から損傷率を求めると、崩壊現象に対応する損傷の度合いが与えられるが、逆のルートで崩壊即ち損傷率＝1から出発し極限応答(逆)解析から地震動入力を求めると前ページで提唱した終局崩壊設計となる。両者のルートに本質的な差異はないが、地震動入力に上限はないという前提に基づき、構造物の崩壊現象をもたらす入力地震動を構造物の性能として評価するのが、前ページの終局崩壊性能設計の本旨である。

表中の構造物の崩壊基準型は、構造部材や部位においては大よそ以下のようにイメージすることが可能である。しかし、例えば実際の構造物の層間変形と復元力関係を考えるならば、それらの複合になるであろう。

変形限界型：一方向で破断または圧縮崩壊の変形量が決まっており、繰り返しでもその値が変化しないもの。多くの場合、繰り返しでは非定常スリップ型の履歴特性を示す。

例えば、細長比の大きな鉄骨ブレース、RC耐震壁、コンクリートと鉄筋のボンド、木構造の仕口部、等

累積変形限界型：例えば一定軸力下で、繰り返しの曲げを受けかつその塑性変形量に応じて軸方向に短縮する部材。例えば、高軸圧下の鉄骨やRC柱の横曲げで、鉄骨板や鉄筋の座屈またはコンクリートの圧縮破壊で崩壊する場合、など。

総履歴吸収エネルギー限界型：素材的にはローサイクル疲労曲線で、変形振幅と破壊サイクル数の両対数グラフで—1の勾配を示すもの。しかし多くの素材の勾配は—1よりも緩くゼロとの間の値を示す。

上記の累積変形限界型で、例えばプラスティックヒンジのように一定の降伏耐力を保つ場合は同様の特性を示すことになる。

疲労崩壊型：一般性のある手法であり、上記のローサイクル疲労曲線の負勾配を実験的に求めたもの。繰り返し時の損傷率は表中のようにマイナー則で推定することも可能であるが、塑性曲げの場合は実験的にも確かめておく必要がある。

共振疲労崩壊型：有限共振応答解析時の条件との整合性を積極的に意図し、ローサイクル疲労曲線を有限共振容量と破壊サイクル数の関係で実験的に求めるもので、理想ではあるが、現段階では飽くまでも仮説である。

一般に、繰り返しによる耐力や剛性の劣化から漸増変形振幅になることも考えられる。更に、有限共振容量一定の下に繰り返し載荷を行う実験手法

にも工夫が必要であり、今後の課題とするが、次々ページにおいて改めて考察を加えたい。

更に付言すれば、ローサイクル疲労曲線を用いてランダムな振幅下の損傷率を求める際にマイナー則をここでは借用しているが、均質な材料でなく複合的な構造の場合は、実験または適切なモデル化によるメカニズムの解明が必要になるであろう。

謝辞：

本スライド中の図 1～図 25 は勢木拓郎様により CAD で描いて頂きました。心より御礼申し上げます。

参考文献：

[1]河村廣：地震時構造物応答の極限解析－構造物の極限耐震性評価の基礎理論－、第 27 回構造工学シンポジウム講演集、1981 年 2 月、pp.95～102.

[2]西川孝夫、稲田達夫、岩原昭次、河村廣、堤和敏：性能型構造設計入門、6.4 節　極限地震応答解析法（執筆、河村）、培風館、2003 年 4 月、pp.136～154.

極限地震応答解析法　基礎理論

最大入力エネルギーの選択原理

$$m\left(\ddot{z}+\ddot{x}\right)+f\left(x\right)=0 \tag{1}$$

$$\int_{t_1}^{t_2}\left(-m\ddot{z}\right)\dot{x}dt=\left[\frac{1}{2}m\dot{x}^2\right]_{t_1}^{t_2}+\int_{t_1}^{t_2}f\left(x\right)\dot{x}dt \tag{2}$$

$$IE=KE+PE \tag{3}$$

「系としては，IEの増大を最大にさせるような入力を自ら選択する」

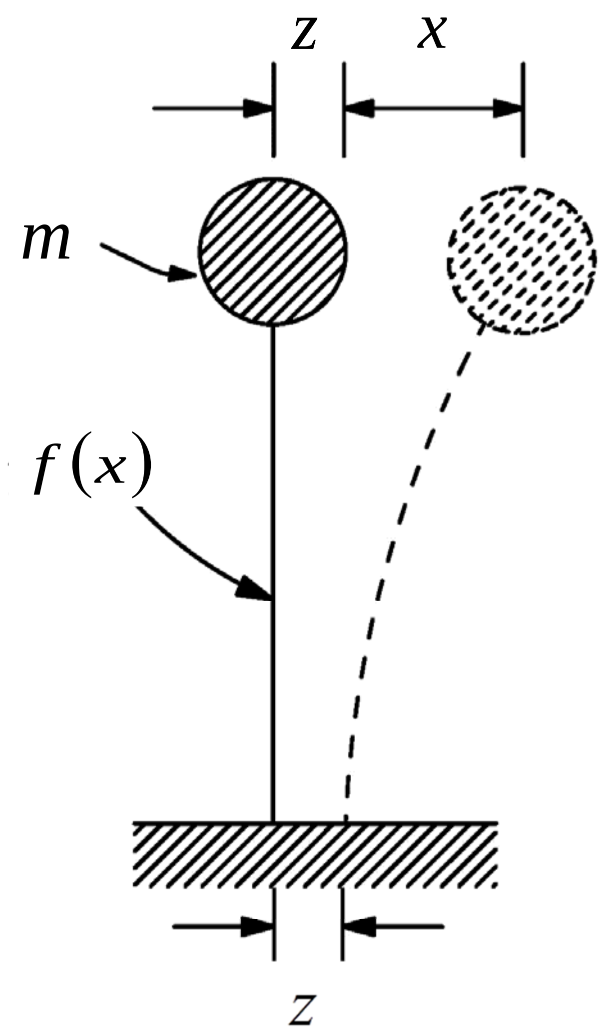

図1　　1質点振動子

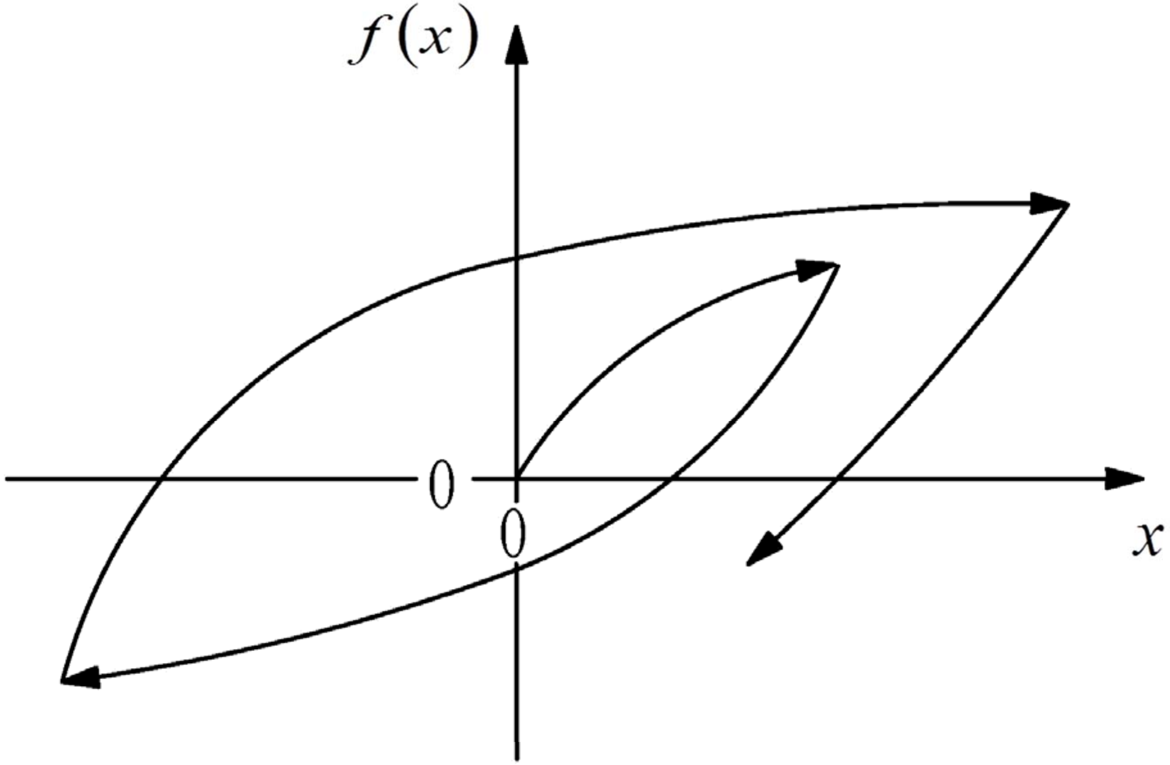

図2　　履歴型復元力特性

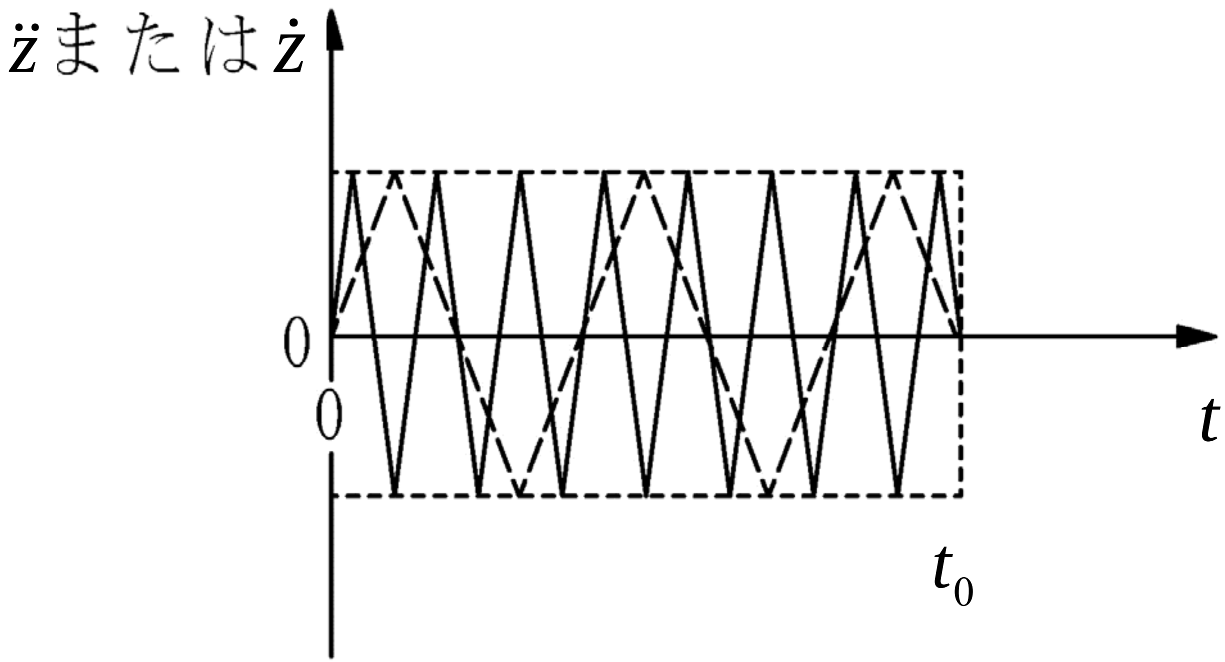

図３　　定常ランダム地震波

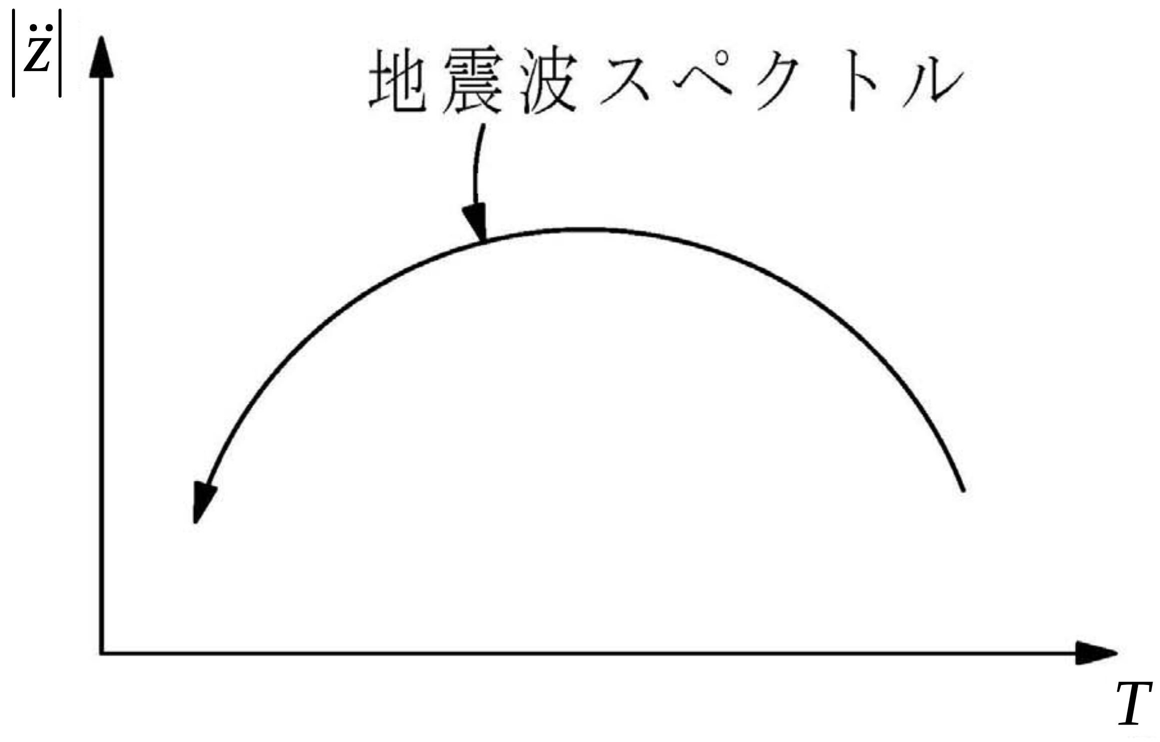

図４　　地震動スペクトル特性

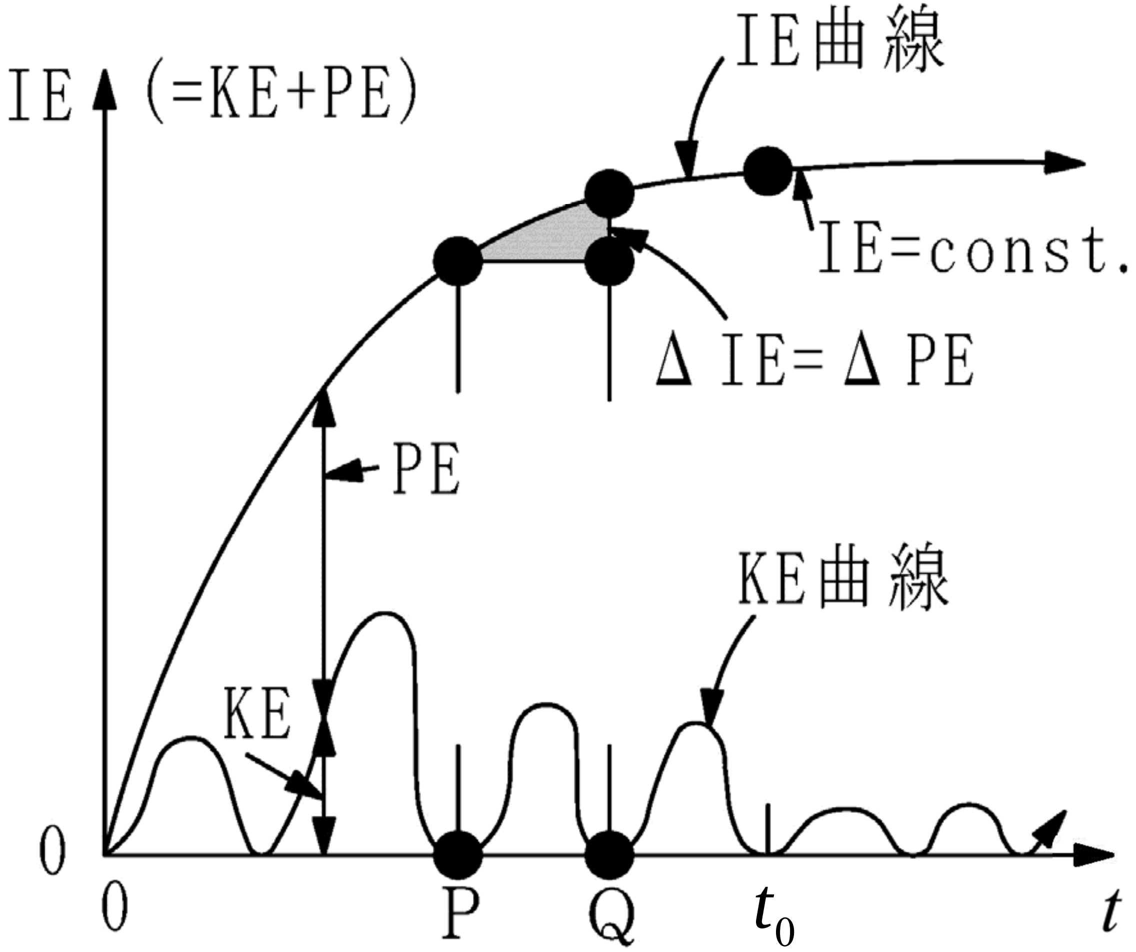

図5　　エネルギー応答曲線

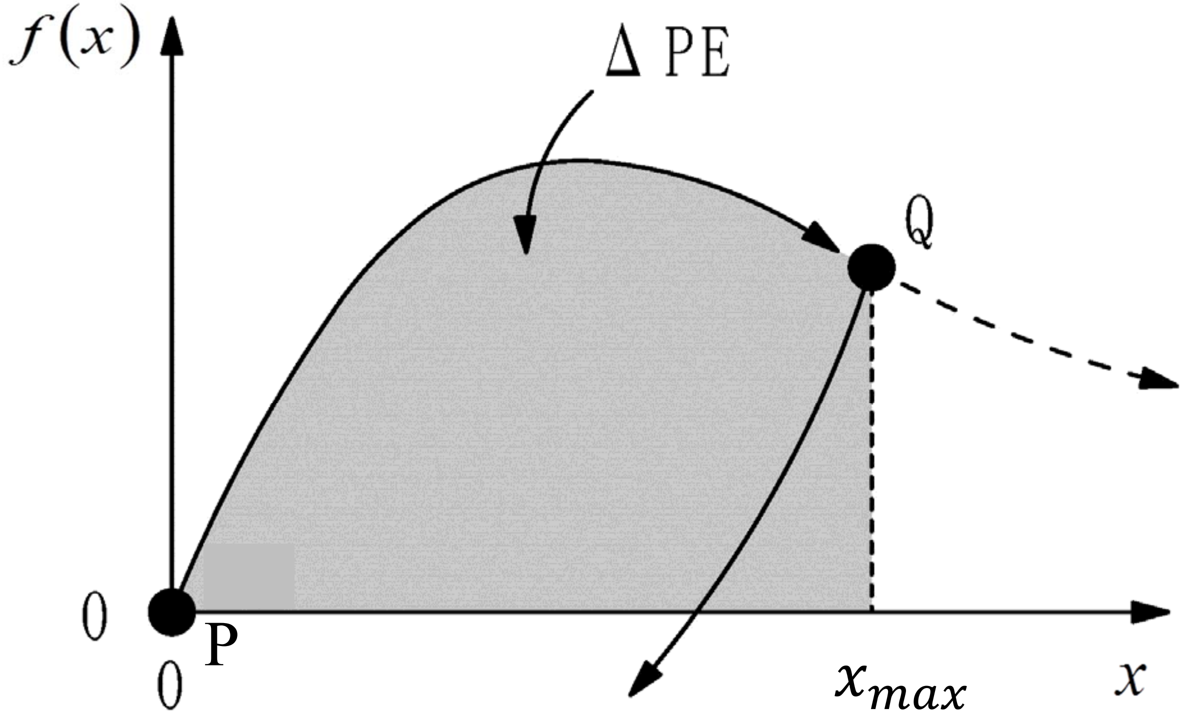

図６　　単純応答型

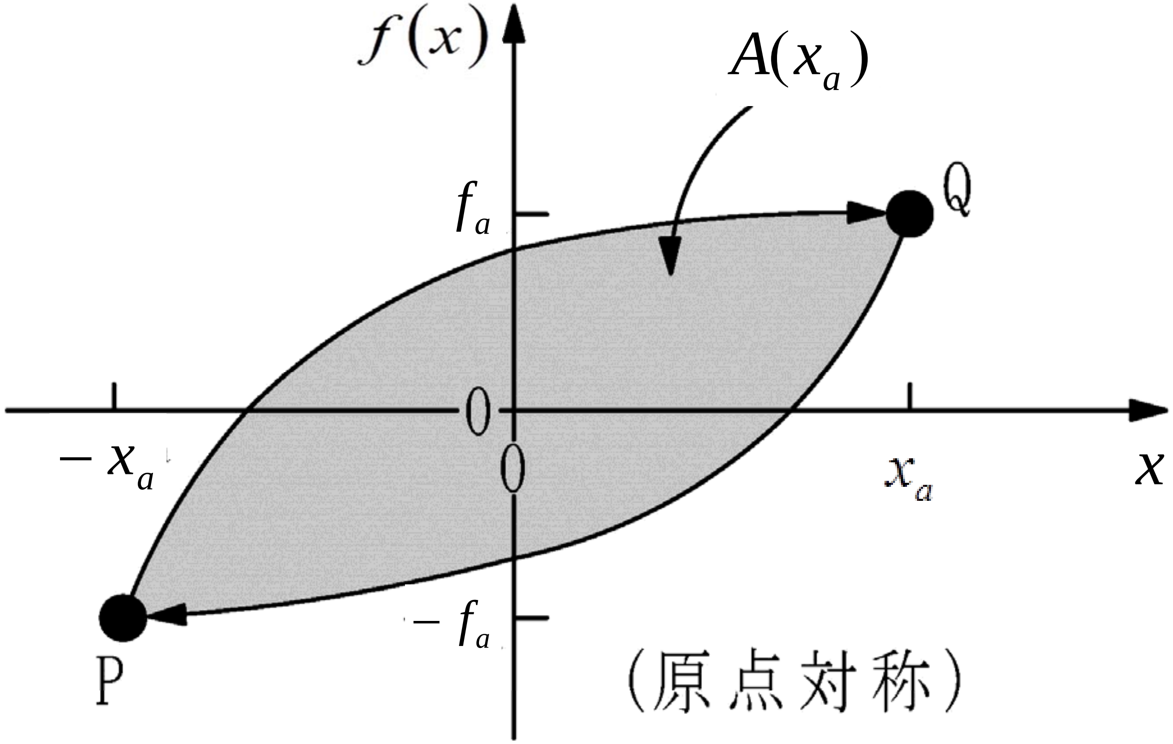

図７　　繰返し応答型

境界条件

単調応答:

$$\left.\begin{array}{lll} 点\,\mathrm{P}: & t = t_1 = 0,\ x = x_1 = 0, & \dot{x} = 0 \\ 点\,\mathrm{Q}: & t = t_2, \quad x = x_2 = x_{max}, & \dot{x} = 0 \end{array}\right\} \quad (4)$$

繰り返し応答:

$$\left.\begin{array}{lll} 点\,\mathrm{P}: & t = t_1, \quad x = x_1 = -x_a, & \dot{x} = 0 \\ 点\,\mathrm{Q}: & t = t_2, \quad x = x_2 = x_a, & \dot{x} = 0 \end{array}\right\} \quad (5)$$

有限共振応答解析

一質点系:
最大入力エネルギー原理 → 共振

等価線形固有周期

$$T = T_e = 2\pi\sqrt{\frac{m x_a}{f_a}} \tag{6}$$

等価線形粘性減衰定数

$$h = h_e = \frac{1}{4\pi}\cdot\frac{A(x_a)}{\frac{1}{2} f_a x_a} \tag{7}$$

有限共振応答倍率

$$\beta = \frac{0.6\pi}{\pi h_e + 0.4} \tag{8}$$

応答変位振幅 $$x_a = \beta|z| \tag{9}$$

地震動スペクトル $$|z| = \frac{T}{2\pi}|\dot{z}| \tag{10}$$

式6～式10より $$|\dot{z}| = \frac{1}{\sqrt{m}}\left\{\frac{A(x_a)}{1.2\pi\sqrt{f_a x_a}} + \frac{2}{3\pi}\sqrt{f_a x_a}\right\} \tag{11}$$

有限共振速度容量（スペクトル） $$C'_{RV} = \frac{1}{\sqrt{m}}\left\{\frac{A(x_a)}{1.2\pi\sqrt{f_a x_a}} + \frac{2}{3\pi}\sqrt{f_a x_a}\right\} \tag{12}$$

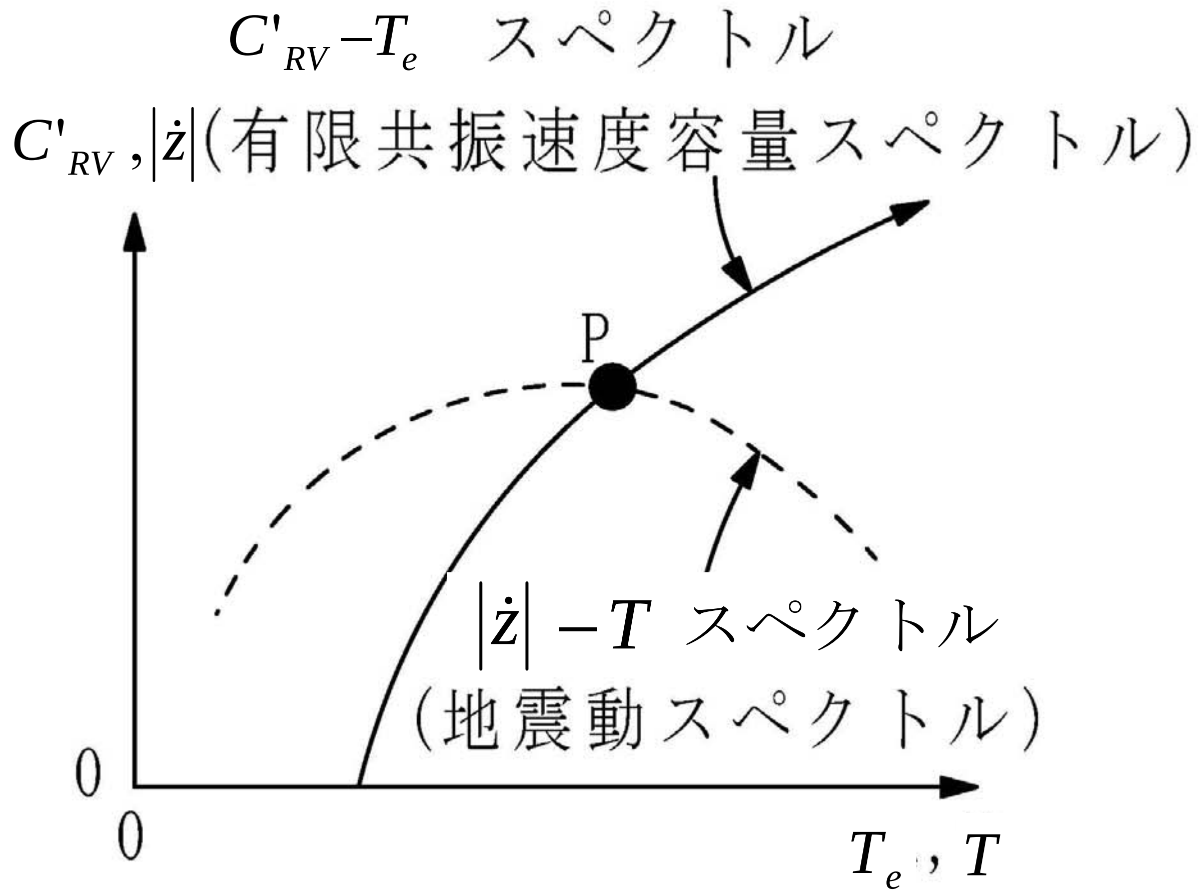

図８　有限共振速度容量スペクトル

多質点系

地震動スペクトル

$$|\dot{z}| = \frac{T}{2\pi}|\ddot{z}| \qquad (13)$$

有限共振加速度容量(スペクトル)

$$|\ddot{z}| = \frac{1}{1.2\pi m x_a}(A(x_a) + 0.8 f_a x_a) = C'_{RA} \qquad (14)$$

上式の変形

$$A(x_a) + 0.8 f_a x_a = 1.2\pi m x_a|\ddot{z}| \qquad (15)$$

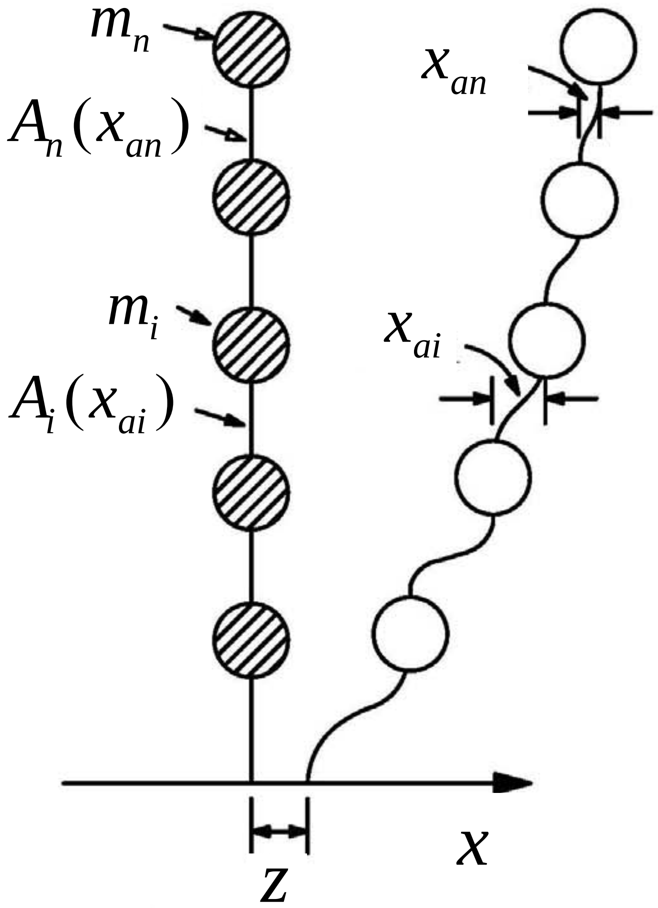

図9　多質点系共振時振動モード

多質点系における仮定

（1）　系は共振状態にある。ここでは，振動モードは1次モード卓越型とする。

（2）　式(6.17)は各層において成立し，両辺は仕事の単位を有していることから全層について重ね合わせの原理が成立する。

系全体のエネルギーの釣り合い式

$$\sum_{i=1}^{n}\left(A_i(x_{ai})+0.8f_{ai}x_{ai}\right)=1.2\pi|\ddot{z}|\sum_{i=1}^{n}\left(m_i x_{ai}\right) \qquad (16)$$

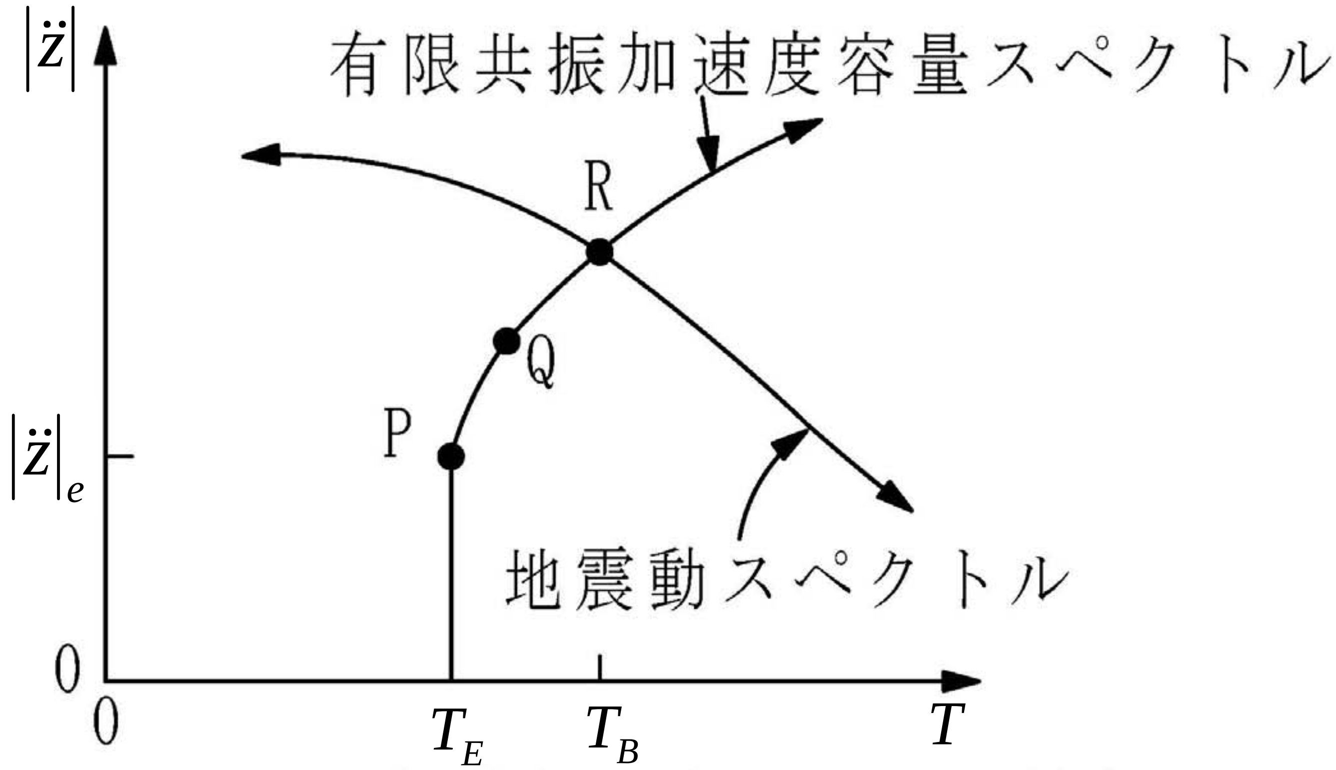

図10　多質点系有限共振応答解析

パルス応答解析

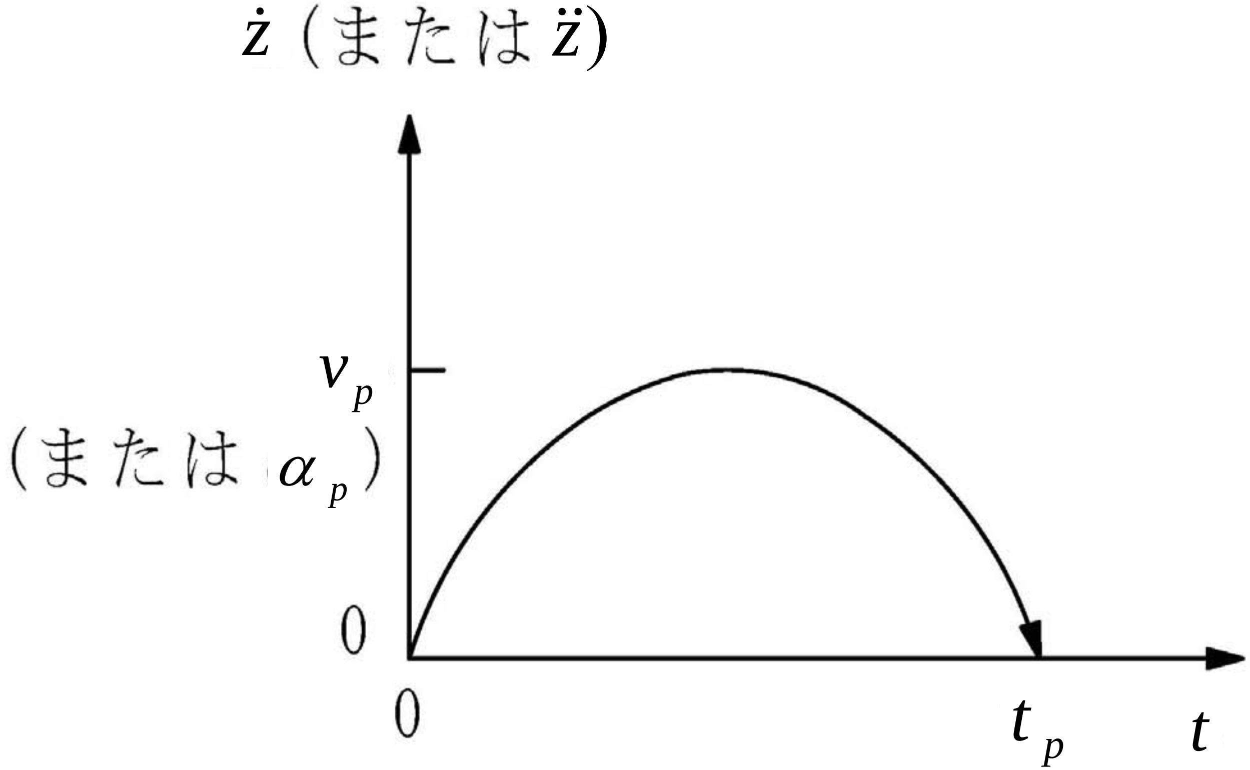

図11　単一パルス波

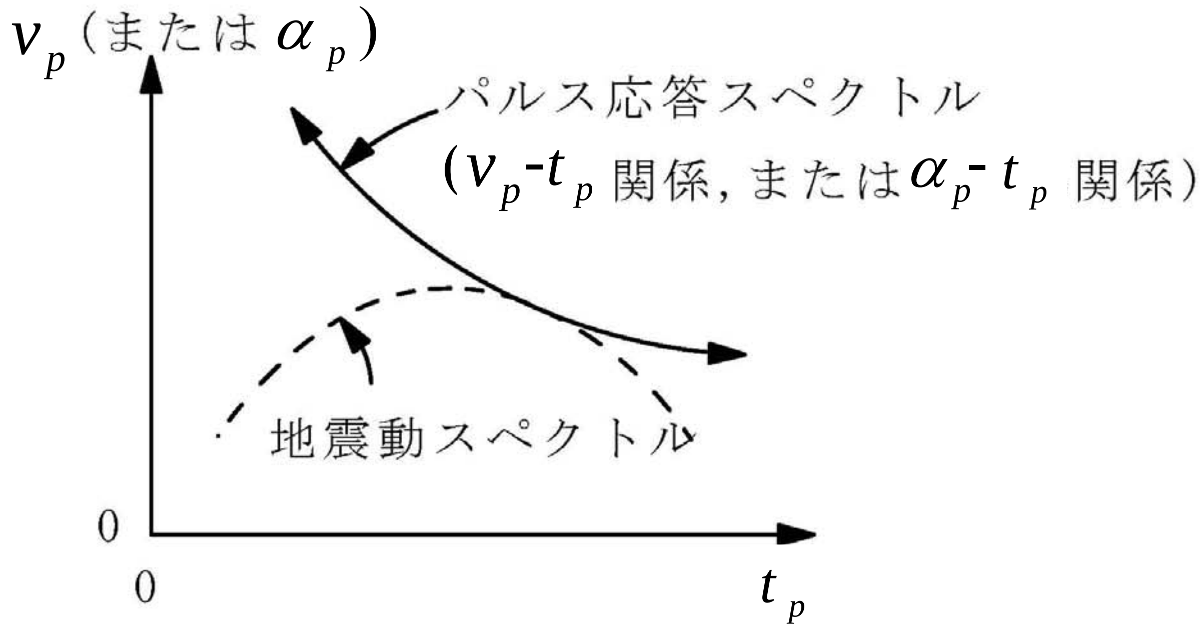

図12　　　パルス応答スペクトル

一質点系:単一矩形速度パルスを受ける場合

初期条件と極大応答条件:

$$\left.\begin{array}{llll} t = 0\,; & x = 0\,, & \dot{x} = v_p \\ t = t_2\,; & x = x_p\,, & \dot{x} = 0 \end{array}\right\} \quad (17)$$

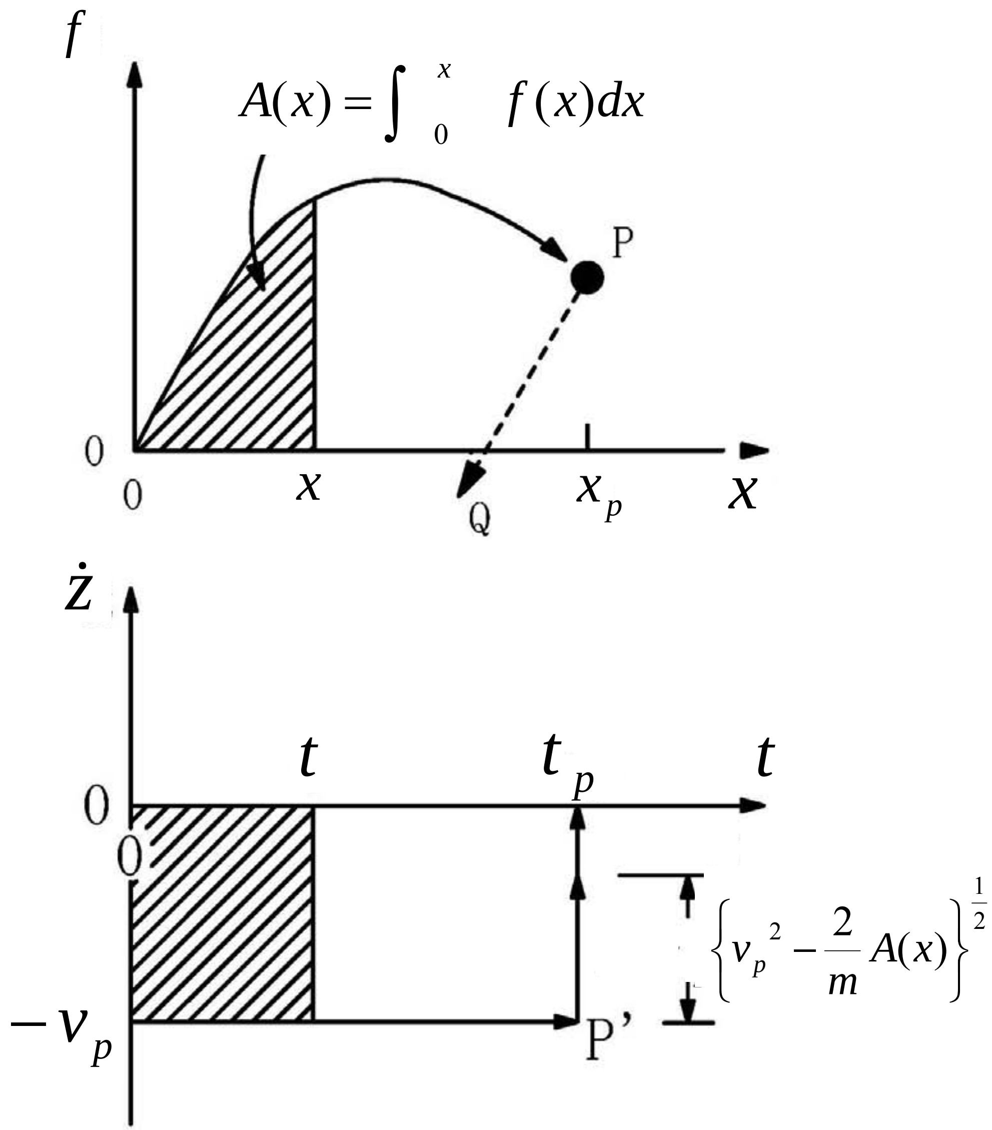

図13　　一方向荷重-変形関係および速度単一矩形パルス波

エネルギーの保存則

$$\frac{1}{2}m{v_p}^2 = A(x) + \frac{1}{2}m\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 \quad (18)$$

弾塑性ポテンシャル
エネルギー

$$A(x) = \int_0^x f(x)dx \quad (19)$$

定積分

$$\int_0^{x_p} \frac{dx}{\left\{{v_p}^2 - \frac{2}{m}A(x)\right\}^{\frac{1}{2}}} = \int_0^{t_p} dt = t_p \quad (20)$$

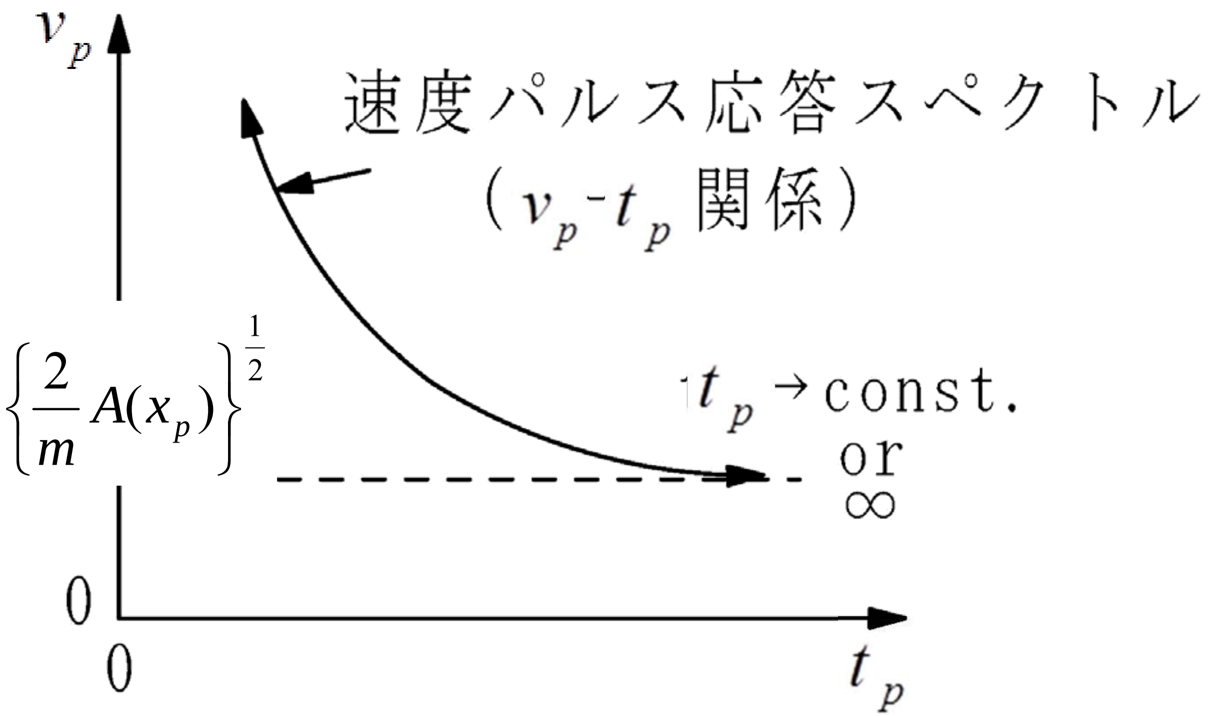

図14　速度パルス応答スペクトル

一質点系:単一矩形加速度パルスを受ける場合

初期条件、パルス終了条件、極大応答条件:

$$\left.\begin{array}{lll} t = 0\ ; & x = 0\ , & \dot{x} = 0 \\ t = t_p\ ; & x = x_p\ , & \\ t = t_u\ ; & x = x_u\ , & \dot{x} = 0 \end{array}\right\} \qquad (21)$$

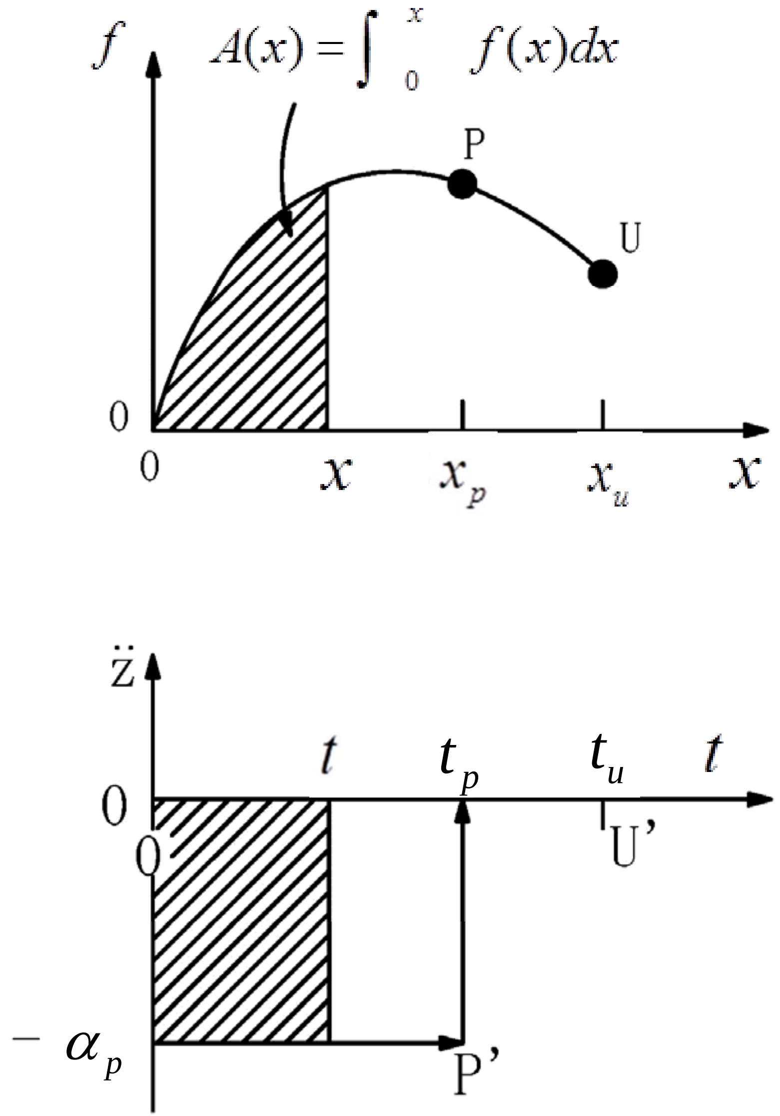

図15　　一方向荷重-変形関係および加速度単一矩形パルス波

運動方程式

$$m\ddot{x} + f(x) = m\alpha_p \tag{22}$$

不定積分

$$\frac{1}{2}m\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + A(x) = m\alpha_p x \tag{23}$$

加速度パルス
応答スペクトル

$$\int_0^{x_p} \frac{dx}{\left\{\frac{2}{m}(m\alpha_p x - A(x))\right\}^{\frac{1}{2}}} = \int_0^{t_p} dt = t_p \tag{24}$$

x＝x_u, t＝t_uまでの
定積分

$$\frac{A(x_u)}{m\alpha_p} = x \tag{25}$$

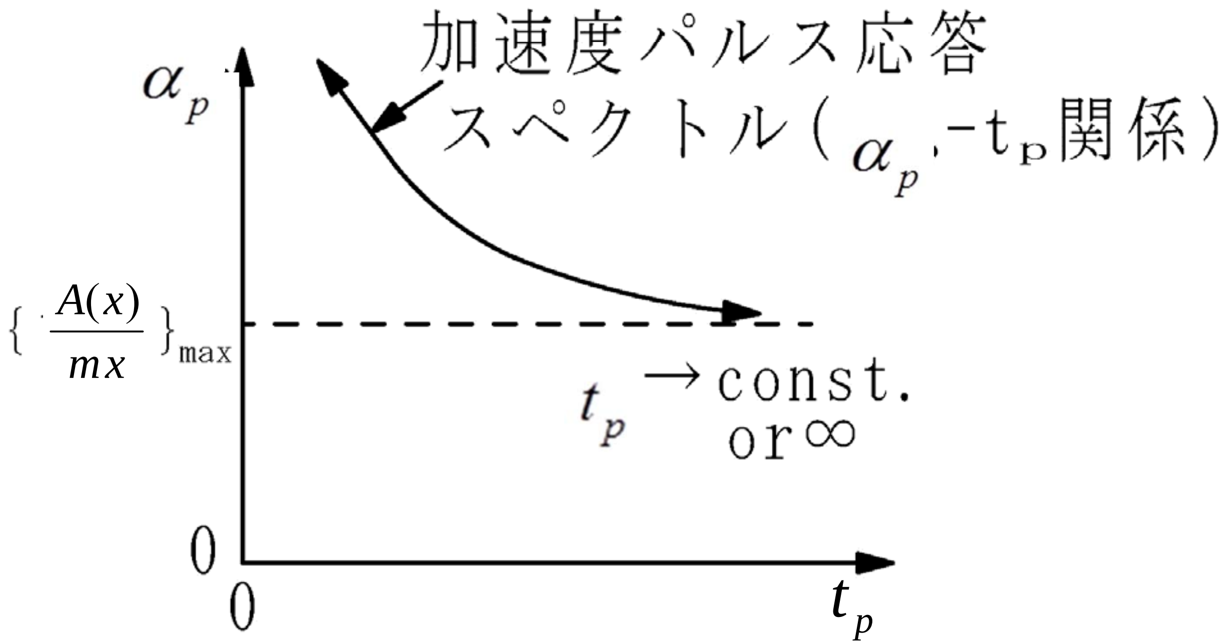

図16a　加速度パルス応答スペクトル

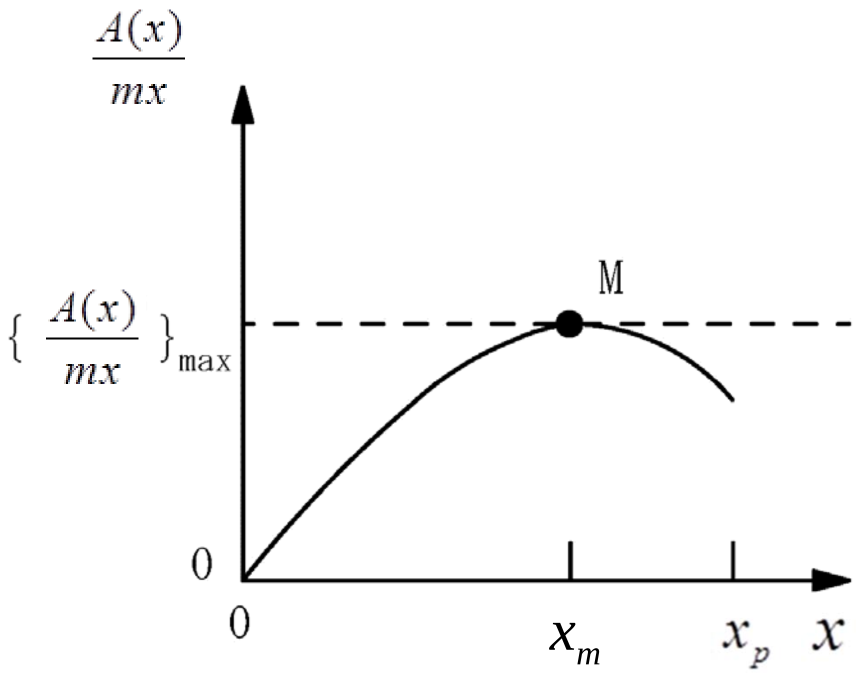

図16b　　A(x)/(mx)-x関係

多質点系

基本仮定

（1）系は図6.24に示すように片持ち梁形式のせん断型連続体とする。

（2）弾性範囲とする。

（3）等せん断剛性分布とする。（G：せん断剛性）

（4）等質量分布

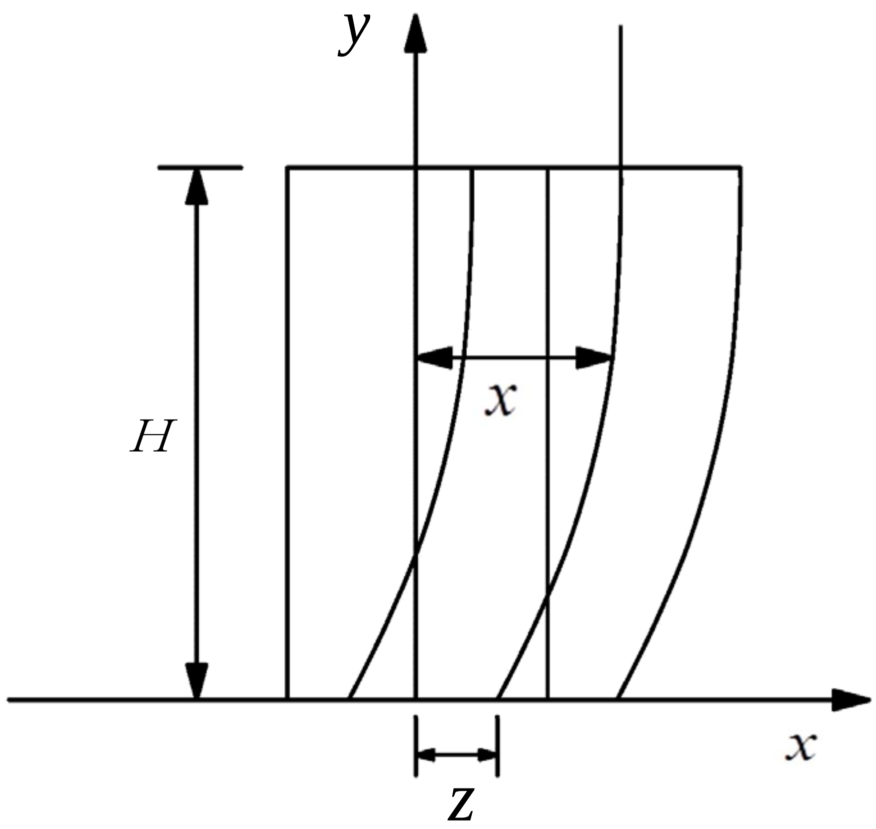

図17　　　せん断型連続体

波動方程式

$$\frac{\partial^2 x}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 x}{\partial y^2} \tag{26}$$

せん断波移動速度

$$v = \sqrt{G / \rho} \tag{27}$$

連続体の変位

$$x = z\left(t - \frac{y}{v}\right) \tag{28}$$

せん断歪

$$\gamma = \frac{\partial x}{\partial y} = -\frac{\frac{dz}{dt}\left(t - \frac{y}{v}\right)}{v} \tag{29}$$

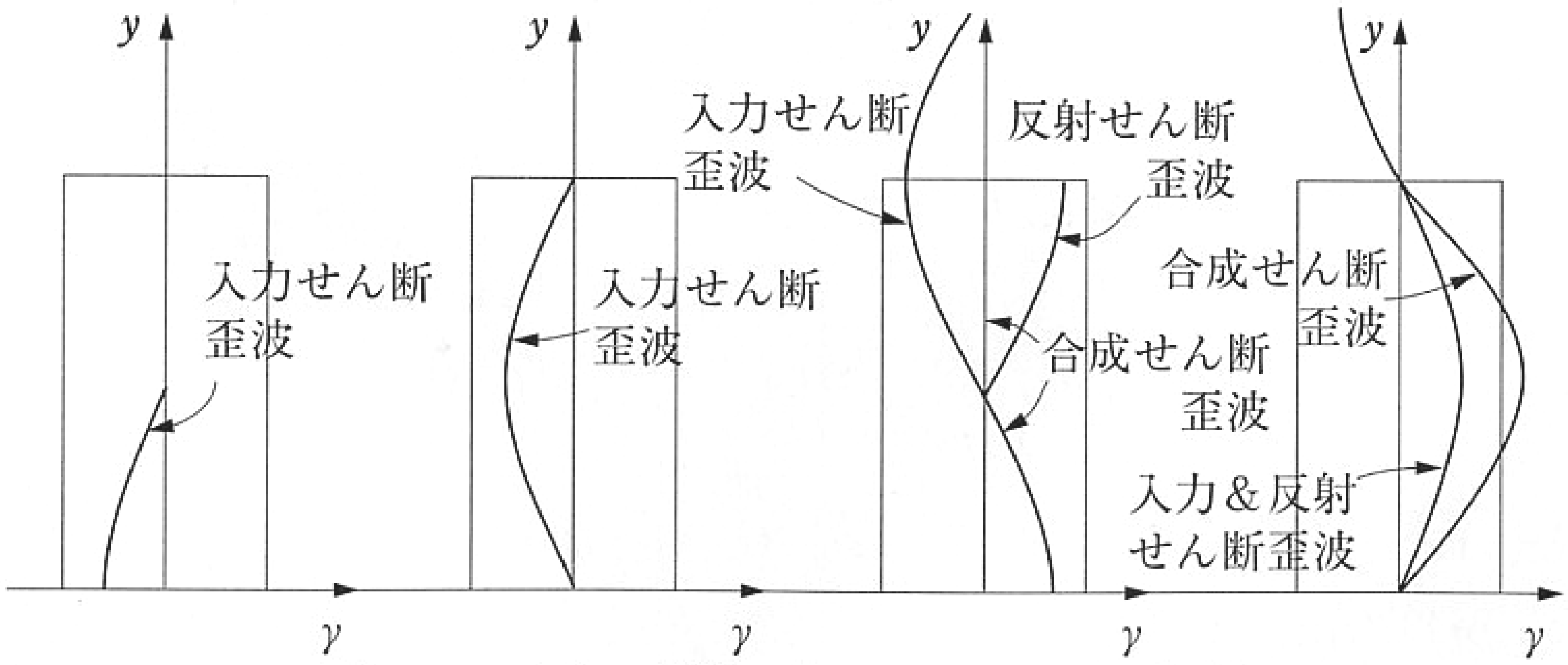

図 18　　入力・反射・合成せん断歪波の伝播

実構造物の応答解析における仮定

（5） 固定端で同符号反射。基礎部分でのエネルギー免散を考え，反射係数は0.5

（6） 地震動入力パルスは正弦一波

（7） せん断歪が弾性限界を越え層で、系は塑性域に入るかまたは崩壊

層毎に不均一の場合

$$v_i \gamma_i = \frac{dz}{dt}\left\{ t - \left(\frac{\Delta y_1}{v_1} + \frac{\Delta y_2}{v_2} + \ldots\ldots + \frac{\Delta y_i}{v_i} \right) \right\} \qquad (30)$$

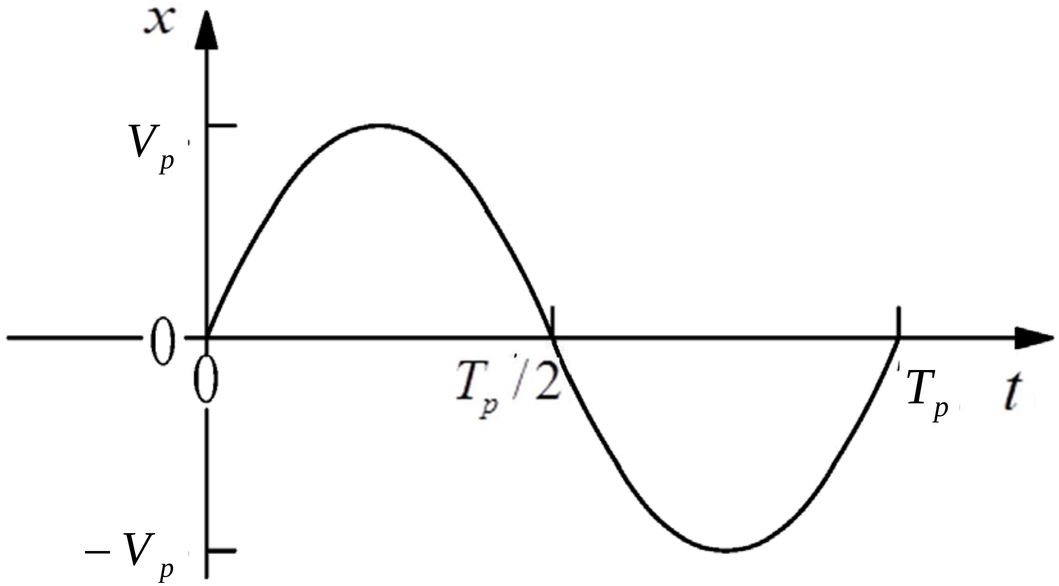

図19　正弦パルス入力波

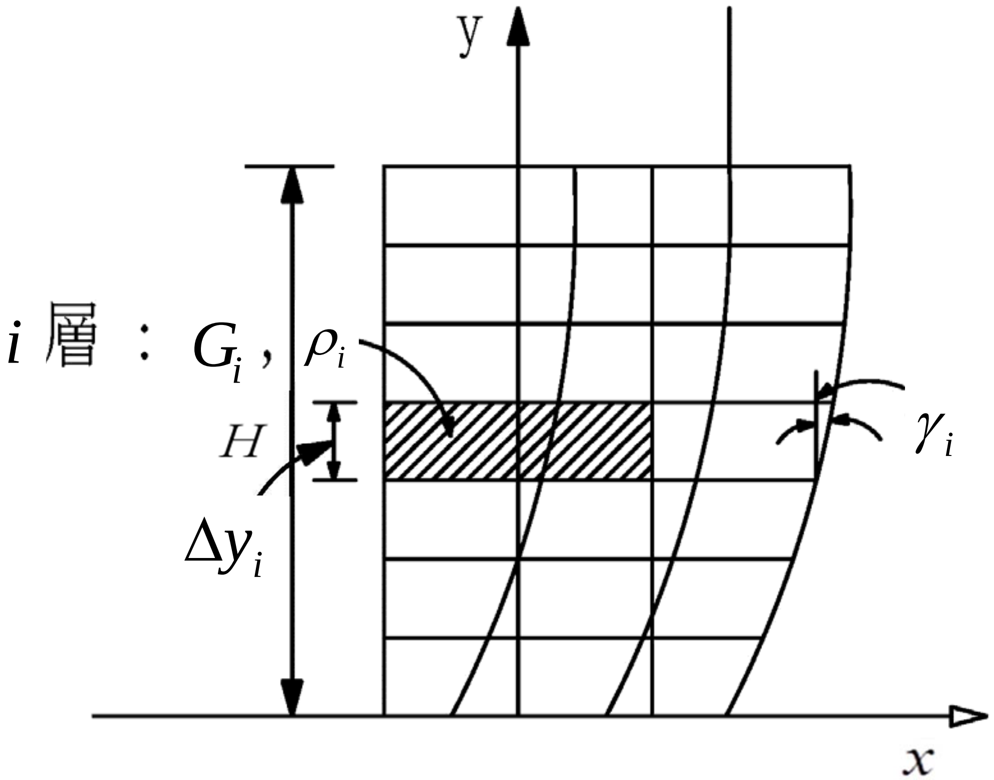

図20　離散型層せん断歪分布型

地震動スペクトル

震源モデル

震源域半径Δ_Bは，大塚の上限断層長さL_m式より

$$\log \Delta_B = \log \frac{1}{2} L_m = 0.5M - 2.1 \qquad (31)$$

Δ_B, L_m:km,　M:マグニチュード

断層ずり量Dは　$$\log D = 0.5M - 1.30 \qquad (32)$$

D:cm,　M:マグニチュード

折点周期 Tc は　$$T_c = 4 \times \frac{1}{4} \cdot \left(D / \bar{\dot{d}} \right) = \left(D / \bar{\dot{d}} \right) \qquad (33)$$

T_c: sec , $\bar{\dot{d}}$: kine

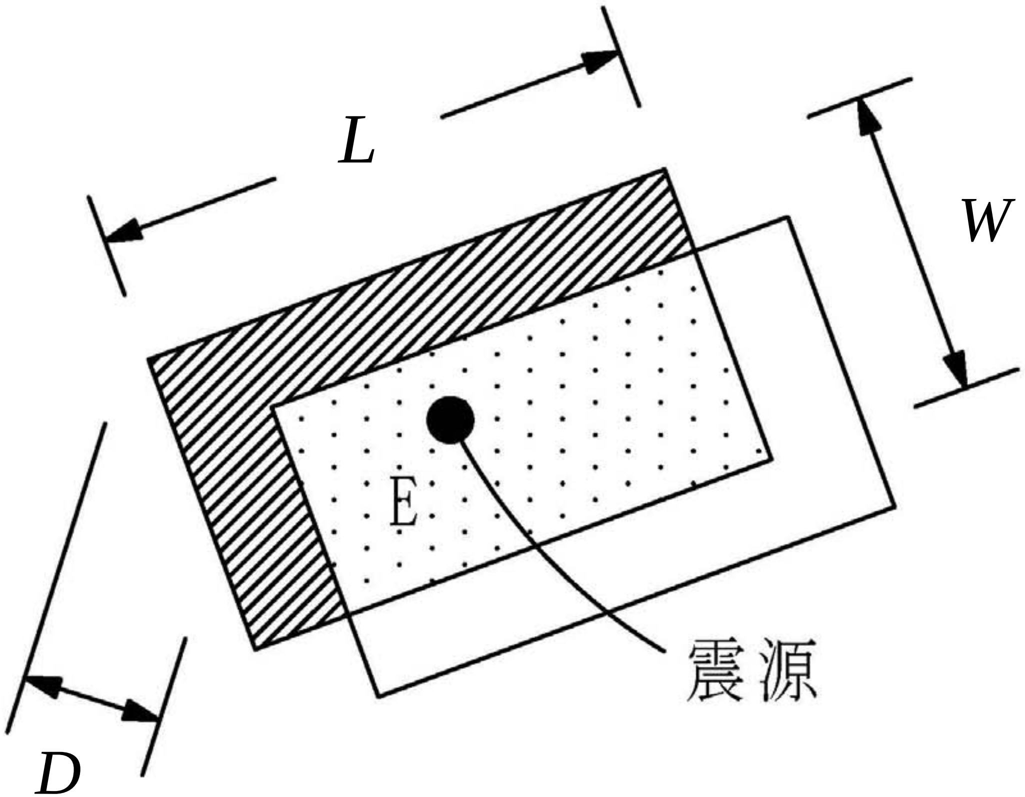

図21　断層モデル

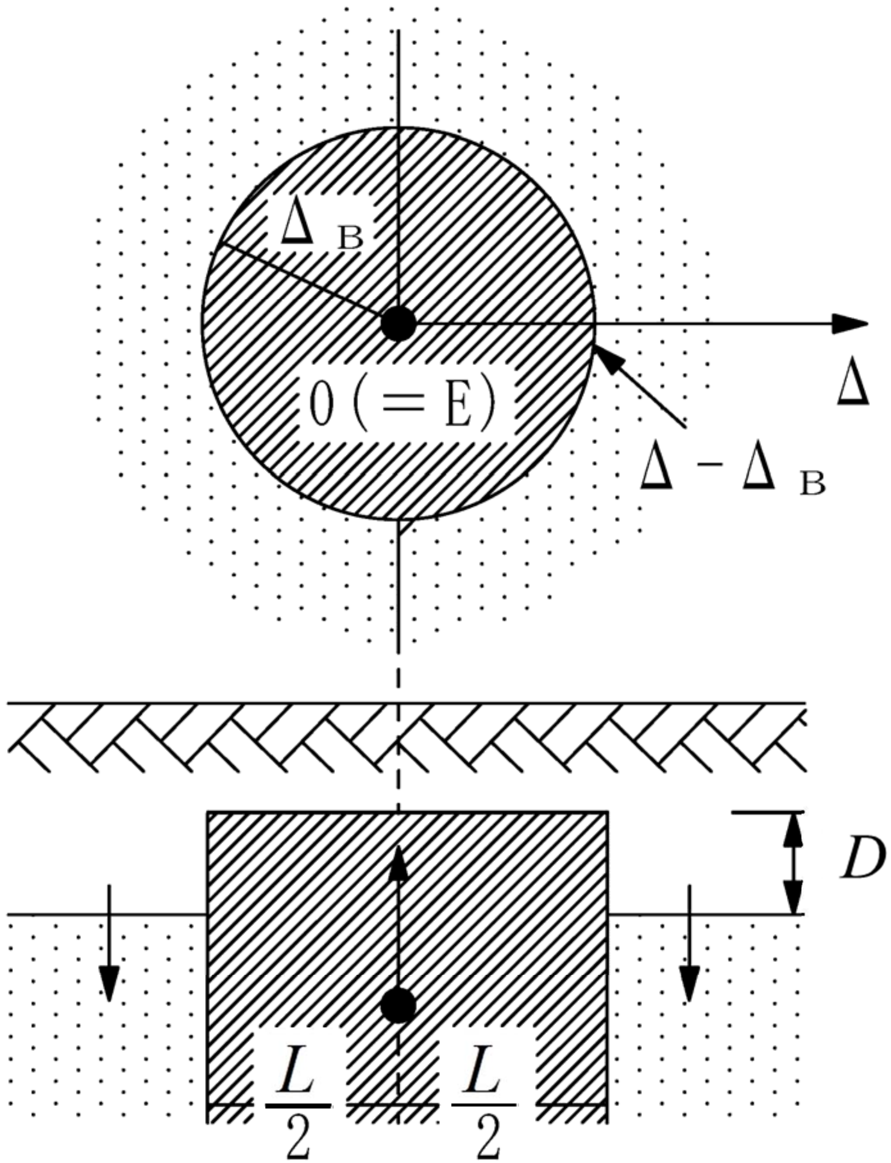

図22　　理想型円形震源域

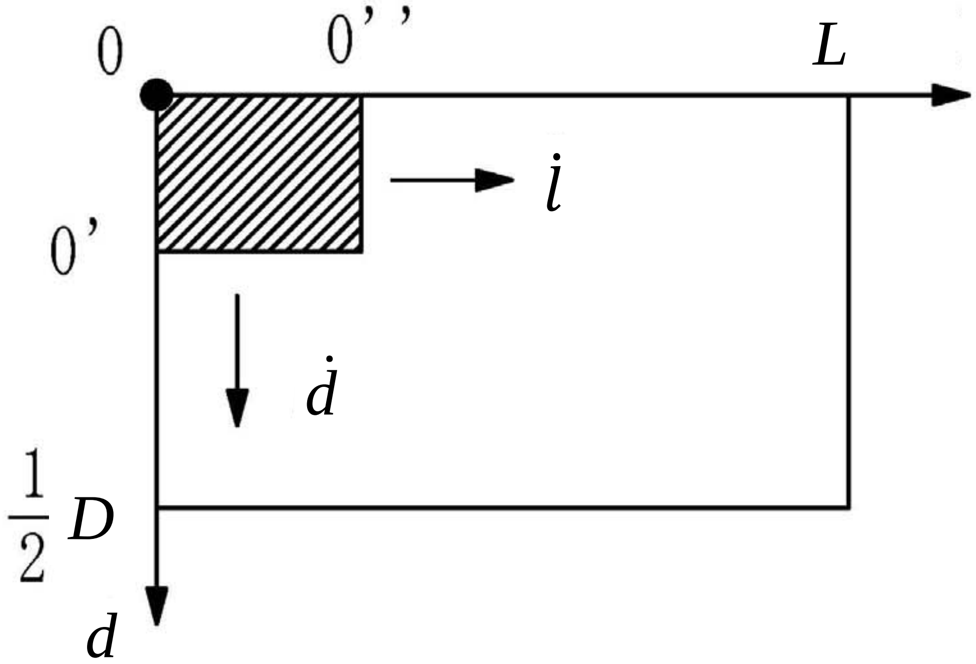

図23　断層ずり表面

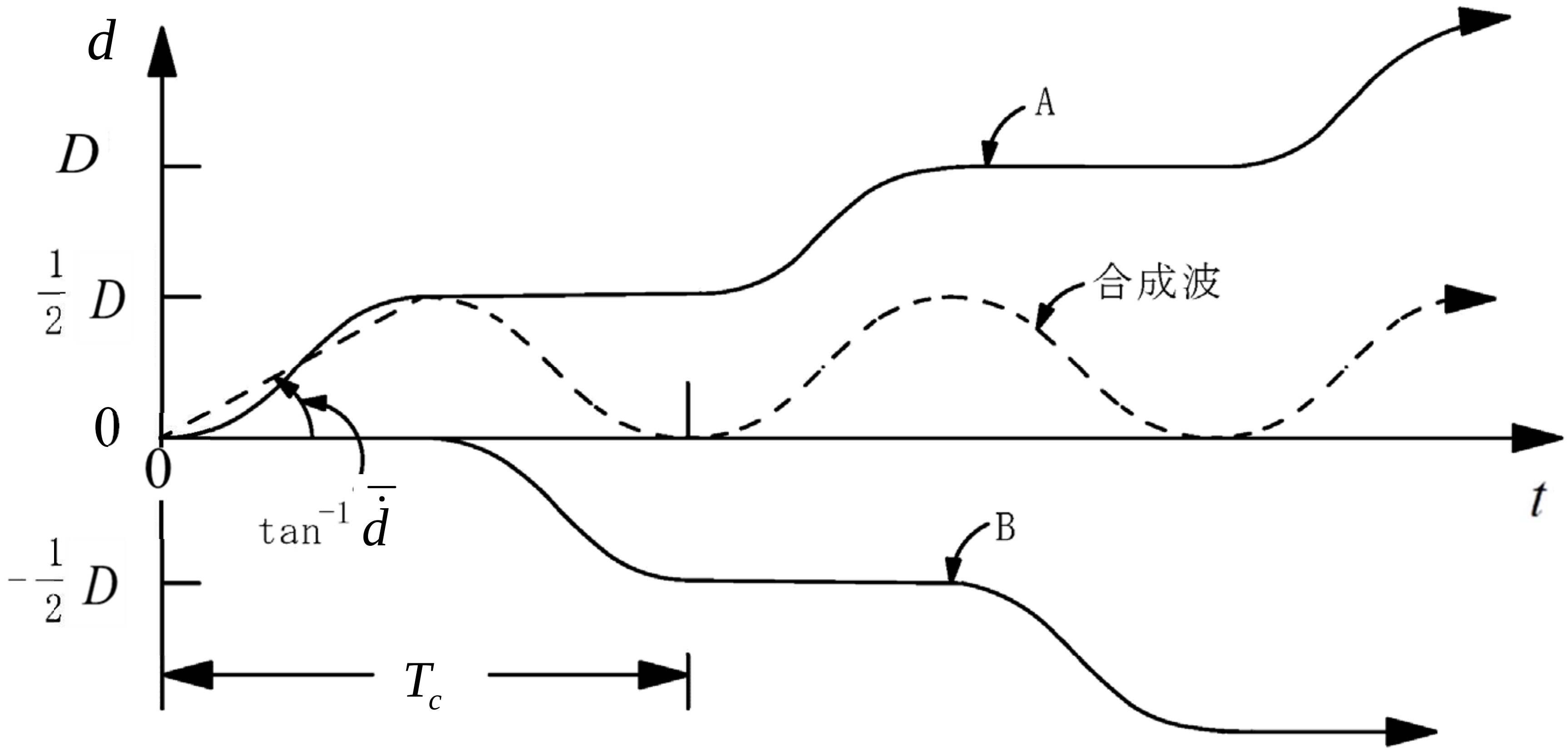

図24　　震源からの周期T_cの変位波

表層地盤震動スペクトル

震源域 $\Delta \leqq \Delta_B$

$$
\begin{cases}
T \geqq T_C : |z| = Z_m = \dfrac{1}{4} \cdot \dfrac{T_G}{0.15} \cdot D & (34) \\
T_G \leqq T \leqq T_C : |\dot{z}| = V_m = \dfrac{\pi}{2} \cdot \dfrac{T_G}{0.15} \cdot \overline{\dot{d}} & (35) \\
T \leqq T_G : |\ddot{z}| = A_m = \pi^2 \cdot \dfrac{1}{0.15} \cdot \overline{\dot{d}} & (36)
\end{cases}
$$

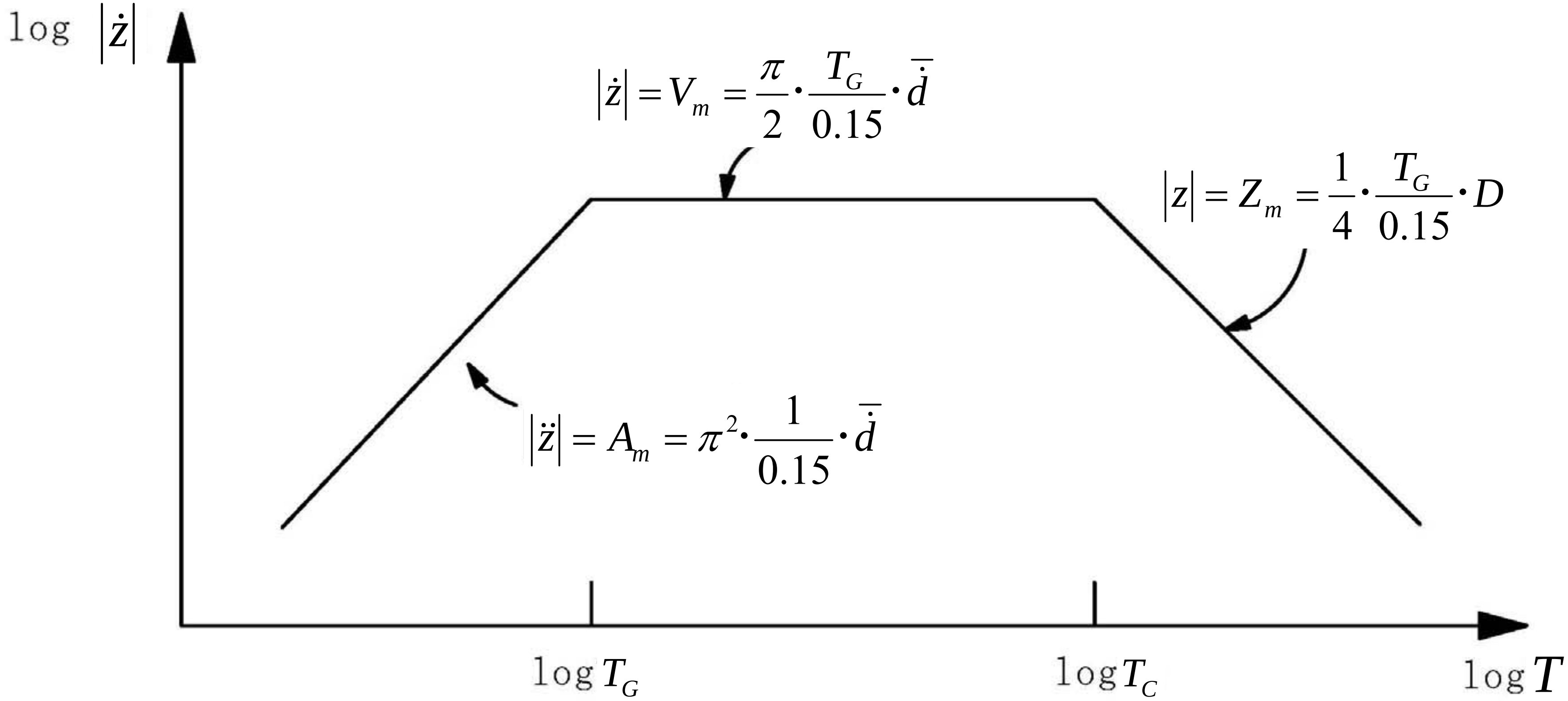

図25　　震源域における表層地盤振動スペクトル

震源域外 $\Delta \geqq \Delta_B$

$$
\begin{cases}
T \geqq T_C : |z| = z_m = Z_m \cdot \left(\dfrac{\Delta_B}{\Delta} \right)^2 & (37) \\[2ex]
T_G \leqq T \leqq T_C : |\dot{z}| = v_m = V_m \cdot \left(\dfrac{\Delta_B}{\Delta} \right)^2 & (38) \\[2ex]
T \leqq T_G : |\ddot{z}| = \alpha_m = A_m \cdot \left(\dfrac{\Delta_B}{\Delta} \right)^2 & (39)
\end{cases}
$$

震源パラメーター

震源卓越周期

$$\log T_c = 0.5M - 1.30 - \log \overline{\dot{d}} \qquad (40)$$

断層ずり平均速度

$$\left.\begin{aligned} &\text{海洋性地震：} \overline{\dot{d}} = 15kine \\ &\text{内陸性地震：} \overline{\dot{d}} = 50kine \end{aligned}\right\} \qquad (41)$$

地震動継続時間

$$t_0 = \frac{L}{\dot{l}}(\text{sec.}) \qquad (42)$$

$$\log L = \log 2\Delta_B = 0.5M - 1.8 \qquad (43)$$

$$\log t_0 = 0.5M - 2.28 \qquad (44)$$

N_0を有限共振応答時の総繰返し回数として

$$t_0 = \sum_{i=1}^{n_0}(T_{ei}) \qquad (45)$$

n_0： 有限共振時総繰り返し回数

耐震性能の評価

表 1　崩壊基準と損傷率

構造物の崩壊基準型	崩壊基準式	損傷率(DF)
変形限界型	$x_a = \delta_B$ (46)	$x_a n_0 / \delta_B$ (47)
累積変形限界型	$\sum_{i=1}^{n_0} x_{ai} = \delta_{BC}$ (48)	$\sum_{i=1}^{n_0} x_{ai} / \delta_{BC}$ (49)
総履歴吸収ｴﾈﾙｷﾞ限界型	$\sum_{i=1}^{n_0} A(x_{ai}) = A_{BC}$ (50)	$\sum_{i=1}^{n_0} A(x_{ai}) / A_{BC}$ (51)
疲労崩壊型	$x_a N_B{}^{\lambda} = K$ (52)	$\sum_{i=1}^{n_0} (1 / N_B(x_{ai}))$ (53)
共振疲労崩壊型	$R(C_{RV}{}', N_B) = K$ (54)	$\sum_{i=1}^{n_0} (1/N_B(C_{RVi}{}'))$ (54)