

非定常履歴型の有限共振応答解析

河村 廣

1. 序

前々ページでは極限地震(逆)解析法を提示した。その一環として詳述した繰り返し応答を対象とする有限共振応答解析法においては、構造物の復元力特性が定常履歴型の場合は応答変位振幅が容易に求まるが、せん断型 RC、筋交い型 S、木造建築などによく見られる非定常履歴型の場合には漸増変位応答振幅となり、過去の応答変位振幅の関数として次回の応答変位振幅が与えられるため、数学的には高階非線形差方程式を構成する。

既往の研究では、復元力特性の型を問わず実験的に得た共振疲労空間特性による略推定法[1]、及び、非定常完全スリップ型履歴特性の場合における解析的な近似解法として有限共振応答解析式[2,3]を提示した。(共振応答解析では理想的な共振応答を想定していたが、後刻地震応答時のリアリティを考慮し応答効果を低減させた有限共振応答解析を提唱した。時を経て阪神淡路大震災後、アメリカ由来の限界耐力計算法が建築基準法における一つの耐震設計法として採用されたが、原理的には本稿の有限共振応答解析法に類似している。)

本稿では、ある程度履歴特性の一般性を意図し、弾塑性定常型履歴特性[2]及び 4 ケース A,B,C,D の非定常弾塑性スリップ型履歴特性の場合における有限共振応答解析のアプローチを提示するものである。(非定常弾塑性完全スリップ型履歴特性の場合[2,3]はケース A,B,C,D の特殊な場合として含まれる。)

2. 地震動特性及び弾塑性定常型履歴特性の場合[2]

分かり易さを旨として、図並びに式を一括して Slide1 に示す。

Slide 1 定常弾塑性型履歴特性の有限共振応答解析[2]

図1 地震動特性

図2 定常型弾塑性履歴特性

$T_{01} \leq T_e \leq T_{02}$

$$v_0 = \frac{1}{\sqrt{m}} \left\{ \frac{A(x_a)}{1.2\pi\sqrt{f_y x_a}} + \frac{2}{3\pi} \sqrt{f_y x_a} \right\} \quad (1)$$

応答変位振幅

$$x_a = \frac{1}{4} \left[\frac{1.2\pi\sqrt{m} v_0}{(4r+0.8)\sqrt{f_y}} + \sqrt{\left\{ \frac{1.2\pi\sqrt{m} v_0}{(4r+0.8)\sqrt{f_y}} \right\}^2 + \frac{16rx_y}{(4r+0.8)}} \right]^2 \quad (3)$$

繰り返し回数

$$n_0 = \frac{t_0}{T_e} = \frac{t_0}{2\pi} \sqrt{\frac{f_y}{m x_a}} \quad (4)$$

$A(x_a) = 4rf_y(x_a - x_y) \quad (2)$

(r : 形状係数)

Slide 1 の図 1 で地震動特性を台形スペクトルと仮定し、ここでは速度スペクトル v_0 一定領域を対象とし、有限共振応答式を式 1 で与える。 t_0 は地震動の継続時間である。

図 2 は定常型弾塑性履歴特性を示し、 r を弾塑性型に対する低減率を示す形状係数として履歴面積は式 2 で与えられ、有限共振応答式 1 に代入すれば、解の応答変位振幅 x_a は式 3 により得られる。等価線形固有周期を T_e として、繰り返し回数 n_0 は式 4 で与えられる。

3. 非定常弾塑性スリップ型履歴特性の場合

完全スリップ型では毎回除荷時剛性は同じであり負荷時剛性も位置が前回の除荷時に一致する。しかし本稿ではもう少しリアリティを持たせて、負荷時剛性と位置についてのみ前回除荷時を基準にして以下の 4 ケース A,B,C,D を設定した。

ケース A：剛性は同じであるが、位置は前々回除荷時と前回除荷時との間にある。(図 3)

ケース B：剛性は同じであるが、前々回負荷時と前回除荷時の間にある。(参図 4)

ケース C：負荷時剛性を前回除荷開始時点と原点を結ぶ剛性とする。(参図 5)

ケース D：負荷時剛性の起点が原点と前回除荷終了時の間にある。(参図 6)

ケース A,B,C,D 毎に一部重複があるが図及び式を一括してそれぞれ Slides 2,3,4,5 に示す。

Slide 2 非定常弾塑性スリップ型履歴特性の有限共振応答解析

スリップ型ケースA
(徐荷重視型)
 α : スリップ係数

図3 非定常型弾塑性履歴特性(ケースA)

応答変位振幅は $i=1,2,3,\dots$ と順次求めて行く。
解析式は定常弾塑性に準じる。

$i=1$

$$A_1 = 2rf_y(x_{a1} - x'_{a1}) \quad (10)$$

$$x'_{a1} = x_y \quad (11)$$

$i=2$

$$A_2 = 2rf_y\{x_{a2} - x'_{a2}\} \quad (12)$$

$$x'_{a2} = \alpha x_{a1} + (1-\alpha)x_y \quad (13)$$

$i=3$

$$A_3 = 2rf_y\{x_{a3} - x'_{a3}\} \quad (14)$$

$$x'_{a3} = \alpha x_{a2} + (1-\alpha)x_{a1} \quad (15)$$

解は

$$i = 1, 2, 3, 4, \dots, n_0$$

$$x_{a1}, x_{a2}, x_{a3}, x_{a4}, \dots, x_{an_0}$$

$$A_i = 2rf_y(x_{ai} - x'_{ai}) \quad (5)$$

$$x'_{ai} = \alpha x_{ai-1} + (1-\alpha)x_{ai-2} \quad (6)$$

$$v_0 = \frac{1}{\sqrt{m}} \left\{ \frac{A_i}{1.2\pi\sqrt{f_y x_{ai}}} + \frac{2}{3\pi} \sqrt{f_y x_{ai}} \right\} \quad (7)$$

繰り返し回数 n_0

$$t_0 = \sum_{t=1}^{n_0} T_{ei} \quad (8) \quad T_{ei} = 2\pi \sqrt{\frac{m x_{ai}}{f_y}} \quad (9)$$

Slide 2 のケース A において、図 3 は復元力特性を示し、 r は形状係数、 α は負荷時剛性位置(赤い矢線)の補間スリップ係数で、 $\alpha : (1-\alpha)$ は所与の区間内の按分比を示す。履歴面積は式 5, 6 で与えられ、有限共振応答式 7 に $i = 1, 2, 3, \dots$ と順次式 10 ~15 を代入し応答変位振幅 x_{ai} を求めて行くことが出来る。繰り返し回数 n_0 は式 8, 9 より求まる。

Slide 3 非定常弾塑性スリップ型履歴特性の有限共振応答解析

スリップ型ケースB (再負荷重視型)

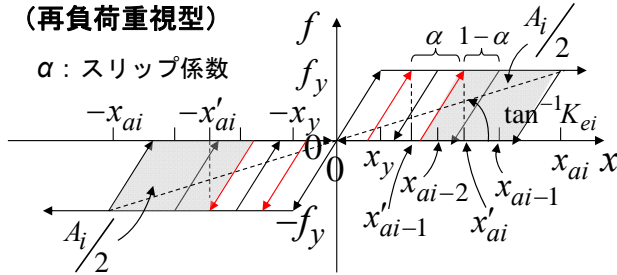


図4 非定常型弾塑性履歴特性(ケースB)

$$A_i = 2rf_y(x_{ai} - x'_{ai}) \quad (16)$$

$$x'_{ai} = \alpha x_{ai-1} + (1-\alpha)x'_{ai-1} \quad (17)$$

$$v_0 = \frac{1}{\sqrt{m}} \left\{ \frac{A_i}{1.2\pi\sqrt{f_y x_{ai}}} + \frac{2}{3\pi} \sqrt{f_y x_{ai}} \right\} \quad (18)$$

繰り返し回数 n_0

$$t_0 = \sum_{i=1}^{n_0} T_{ei} \quad (19) \quad T_{ei} = 2\pi \sqrt{\frac{m x_{ai}}{f_y}} \quad (20)$$

応答変位振幅は $i=1, 2, 3, \dots$
と順次求めて行く。
解析式は定常弾塑性に準じる。

$$i=1 \quad A_1 = 2rf_y(x_{a1} - x'_{a1}) \quad (21)$$

$$x'_{a1} = x_y \quad (22)$$

$$i=2 \quad A_2 = 2rf_y\{x_{a2} - x'_{a2}\} \quad (23)$$

$$x'_{a2} = \alpha x_{a1} + (1-\alpha)x_y \quad (24)$$

$$i=3 \quad A_3 = 2rf_y\{x_{a3} - x'_{a3}\} \quad (25)$$

$$x'_{a3} = \alpha x_{a2} + (1-\alpha)x'_{a2} \quad (26)$$

解は

$$i=1, 2, 3, 4, \dots, n_0$$

$$x_{a1}, x_{a2}, x_{a3}, x_{a4}, \dots, x_{an_0}$$

Slide 3 のケース B において、図 4 は復元力特性を示し、 r は形状係数、 α は負荷時剛性位置の補間スリップ係数で、 $\alpha : (1-\alpha)$ は所与の区間内の按分比を示す。履歴面積は式 16, 17 で与えられ、有限共振応答式 18 に $i=1, 2, 3, \dots$ と順次式 21~26 を代入し応答変位振幅 x_{ai} を求めて行くことが出来る。繰り返し回数 n_0 は式 19, 20 より求まる。

Slide 4 非定常弾塑性スリップ型履歴特性の有限共振応答解析

スリップ型ケースC (原点指向剛性低下型)

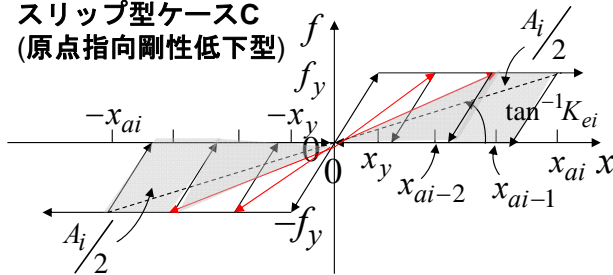


図5 非定常型弾塑性履歴特性(ケースC)

$$A_i = 2rf_y(x_{ai} - x_y) - rf_y(x_{ai-1} - x_y)$$

$$= 2rf_y x_{ai} - rf_y x_{ai-1} - rf_y x_y \quad (27)$$

$$v_0 = \frac{1}{\sqrt{m}} \left\{ \frac{A_i}{1.2\pi\sqrt{f_y x_{ai}}} + \frac{2}{3\pi} \sqrt{f_y x_{ai}} \right\} \quad (28)$$

繰り返し回数 n_0

$$t_0 = \sum_{i=1}^{n_0} T_{ei} \quad (29) \quad T_{ei} = 2\pi \sqrt{\frac{m x_{ai}}{f_y}} \quad (30)$$

応答変位振幅は $i=1, 2, 3, \dots$
と順次求めて行く。
解析式は定常弾塑性に準じる。

$$i=1 \quad A_1 = 2rf_y(x_{a1} - x_y) \quad (31)$$

$$i=2 \quad A_2 = 2rf_y x_{a2} - rf_y x_{a1} - rf_y x_y \quad (32)$$

$$i=3 \quad A_3 = 2rf_y x_{a3} - rf_y x_{a2} - rf_y x_y \quad (33)$$

解は

$$i=1, 2, 3, 4, \dots, n_0$$

$$x_{a1}, x_{a2}, x_{a3}, x_{a4}, \dots, x_{an_0}$$

Slide 4 のケース C において、図 5 は復元力特性を示す。r は形状係数であり、履歴面積は式 27 で与えられ、有限共振応答式 28 に $i = 1, 2, 3, \dots$ と順次式 31~33 を代入し応答変位振幅 x_{ai} を求めて行くことが出来る。繰り返し回数 n_0 は式 29, 30 より求まる。

Slide 5 非定常弾塑性スリップ型履歴特性の有限共振応答解析

**スリップ型ケースD
(原点移動剛性低下型)**

図6 非定常型弾塑性履歴特性(ケースD)

応答変位振幅は $i = 1, 2, 3, \dots$ と順次求めて行く。
解析式は定常弾塑性に準じる。

$i = 1$
 $A_1 = 2rf_y(x_{a1} - x_y)$ (38)

$i = 2$
 $A_2 = 2rf_y(x_{a2} - x_{a1}) + rf_y(1-\alpha)(x_{a1} - x_y)$ (39)

$i = 3$
 $A_3 = 2rf_y(x_{a3} - x_{a2}) + rf_y(1-\alpha)(x_{a2} - x_y)$ (40)

$A_i = 2rf_y(x_{ai} - x_y) + rf_y(1-\alpha)(x_{ai-1} - x_y)$ (34)

$v_0 = \frac{1}{\sqrt{m}} \left\{ \frac{A_i}{1.2\pi\sqrt{f_y x_{ai}}} + \frac{2}{3\pi}\sqrt{f_y x_{ai}} \right\}$ (35)

繰り返し回数 n_0

$t_0 = \sum_{i=1}^{n_0} T_{ei}$ (36) $T_{ei} = 2\pi\sqrt{\frac{m x_{ai}}{f_y}}$ (37)

解は
 $i = 1, 2, 3, 4, \dots, n_0$
 $x_{a1}, x_{a2}, x_{a3}, x_{a4}, \dots, x_{an_0}$

Slide 5 のケース D において、図 6 は復元力特性を示す。r は形状係数であり、 α は負荷時剛性位置の補間スリップ係数で、 $\alpha : (1-\alpha)$ は所与の区間内の按分比を示す。履歴面積は式 34 で与えられ、有限共振応答式 35 に $i = 1, 2, 3, \dots$ と順次式 38~40 を代入し応答変位振幅 x_{ai} を求めて行くことが出来る。繰り返し回数 n_0 は式 36, 37 より求まる。

4. 考察

上記の解析手法においても、形状係数 r やスリップ係数 α は実験的に近似する必要があり、更にどのようなスリップ型ケースを選択又は新たに設定すればよいかについても実験又は解析的に推定する必要がある。但し、その実験で用いる漸増変位振幅のピッチは適宜設定することになるが、数回から数十回の繰り返しで崩壊に至るピッチを選ぶのが、極限耐震設計及び低サイクル疲労の主旨に沿うことになる。

更に、有限共振応答解析についても上記のような非定常復元力特性の場合は x_{ai} に関する差分方程式が一般に高階で非線形になるため、 $i = 1, 2, 3, \dots$ と順次求めて行くことになるが、一見煩雑のように思えても時刻歴応答解析に比べれば極めて簡単であろう。

くどういようであるが、時刻歴応答解析では飽くまでも仮想的な時刻歴地震波を入力波とするが、有限共振応答解析では図 1 のようなスペクトルで与えているところに設計としての一般性がある。多くの実設計における時刻歴応答解析では設定したスペクトルから模擬地震動を作製するという逆手間が行われる場合が多いことに注意しなければならない。

しかし本稿の有限共振応答解析においても、最終的には解析で求めた漸増変位応答振幅

が有限共振応答式を満たすかどうかは、構造実験で確認する必要がある。

上記の作業は面倒な感じを与えるかも知れないが、繰り返し実験を無造作に或いは闇雲に行う従来の場合に比べれば、極限耐震設計の精神(仮説)に沿った形での理論と実験との整合性は遥かに高く、このように一貫した手法で実験の数を重ねることによりある一定の知見に収束してゆくものと思われる。

更なる検証として、観測地震波による時刻歴応答解析及び破壊条件を与える疲労損傷評価を行うことも必要である。既往の研究では、定常型弾塑性復元力特性(図2)及び非定常完全スリップ型弾塑性復元力特性(図3,4,5,6でスリップ係数 $\alpha=1$ の場合)の場合において、時刻歴応答解析が文献[4]で、疲労損傷評価が文献[5]で報告されているので参照されたい。尚、非定常完全スリップ型弾塑性復元力特性の場合の有限共振応答解析式では x_{ai} に関する差分方程式が2階ではあるが非線形になるので、反復計算を避け線形化を目指して近似的な仮定の下に陽としての解を求めていることを断っておきたい。[2,3]

5. 結

前々ページで提示した極限地震(逆)解析法ではその一環として繰り返し応答を対象とする有限共振応答解析法について述べた。しかし構造物によく見られる完全ではないスリップ型の非定常履歴特性の場合には漸増変位応答振幅となりこれ迄は未着手だったため、本稿では一般的な履歴特性を意図しつつ有限共振応答解析法について暫定的提案を行った。

本稿の初期値から漸増変位振幅を求める手法は時刻歴応答解析に比べれば非常に簡単であり、スペクトル型の入力地震動を用いることの工学的意義は極めて大きい。

今後とも構造実験による検証が必要であるが、従来の単なる繰り返し実験に過ぎなかった構造実験に、仮説の検証という目的と手段を与える点においても工学的意義は大きいものと思われる。勿論、時刻歴応答解析や疲労損傷評価による検証も不可欠であるが、本稿で提示した一般性を意図した非定常スリップ型履歴特性については今後の課題である。

文献：

- [1]山田稔、河村廣：構造素材及び要素の共振疲労特性(VI)－耐震構造試験法；基本概念及び方法論一、日本建築学会論文報告集、第285号、昭和54年11月、pp.93-99.
- [2]河村廣：整形骨構造物の極限耐震性(I：有限共振原理と履歴系地震応答解析への応用)、日本建築学会近畿支部研究報告集(構造系)、昭和54年6月、pp.325-328.
- [3]河村廣：整形骨構造物の極限耐震性(II：有限共振原理による完全弾塑性系地震応答解析)、日本建築学会大会学術講演梗概集(構造系)、昭和54年9月、pp.607-608.
- [4]山田稔、河村廣、土居靖：履歴系構造物の地震応答における有限共振原理(I：完全弾塑性型、スリップ完全弾塑性型：数値積分法による検証)、日本建築学会近畿支部研究報告集(構造系)、昭和55年6月、pp.325-328.
- [5]山田稔、河村廣、谷明勲、藤谷秀雄：有限共振応答解析による1質点履歴系構造物の損傷評価(完全弾塑性型、定常スリップ型、非定常スリップ型復元力特性について)、日本建築学会近畿支部研究報告集(構造系)、昭和61年、pp.309-312.