

地震動におけるべき乗則の検証

(気象庁公表の震度別地震回数分布の活用)

2019年1月15日

河村 廣

まえがき

本サイトの小窓「耐震・防災・談話室」における前稿「地震動の確率予測」では、最新の知見に基づいた地震動予測法 J-SHIS のハザードカーブと、筆者が本小窓の既往の「地震のマクロスケッチ I、III」で提示したべき乗則によるハザードカーブとの比較を行い、後者が簡便性と自然法則への適合性において優れていることを示しました。

上記のべき乗則によるハザードカーブは今や古典に属する地震学の先達から導かれたものですが、本稿では現在気象庁から常時公表されている震度別地震回数分布の生データ[1]から直接導き、べき乗則との適合性と応用性について考察を加えようとするものです。

気象庁の震度データを端緒とする加速度－累積度数分布

気象庁の震度データベース検索のページ[1]を開き任意の場所や地域を指定すれば、1920年代～2010年代のほぼ100年間における10年間毎の震度別地震発生回数がリストアップされる優れたものです。

たとえば地震のマグニチュードは光源の強さですが、震度は照らされた壁面の明るさです。その震度についても加速度に変換すればべき乗則が成り立つことを前稿で紹介しましたが、それを気象庁の震度データを端緒として確かめたいと思います。

表1の上段は1923年以降ほぼ100年間、大阪府における震度別地震回数の総和を転載したものです。下段の累積和は当該震度以上の回数の和(超過回数)を(震度の連続化と実用化のため筆者が)算出したものです。表2は兵庫県における同様の結果を示したものです。

表1 震度別地震回数 (1923/01/01~2018/12/18 大阪府)

震度	震度1	震度2	震度3	震度4	震度5弱	震度5強	震度6弱	震度6強	震度7	合計
震度別	874	246	73	22	2	0	1	0	0	1218
累積和	1218	344	98	25	3	1	1	0	0	

表2 震度別地震回数 (1923/01/01~2019/01/01 兵庫県)

震度	震度1	震度2	震度3	震度4	震度5弱	震度5強	震度6弱	震度6強	震度7	合計
震度別	2329	705	220	43	11	0	3	0	1	3312
累積和	3312	983	278	58	15	4	4	1	1	

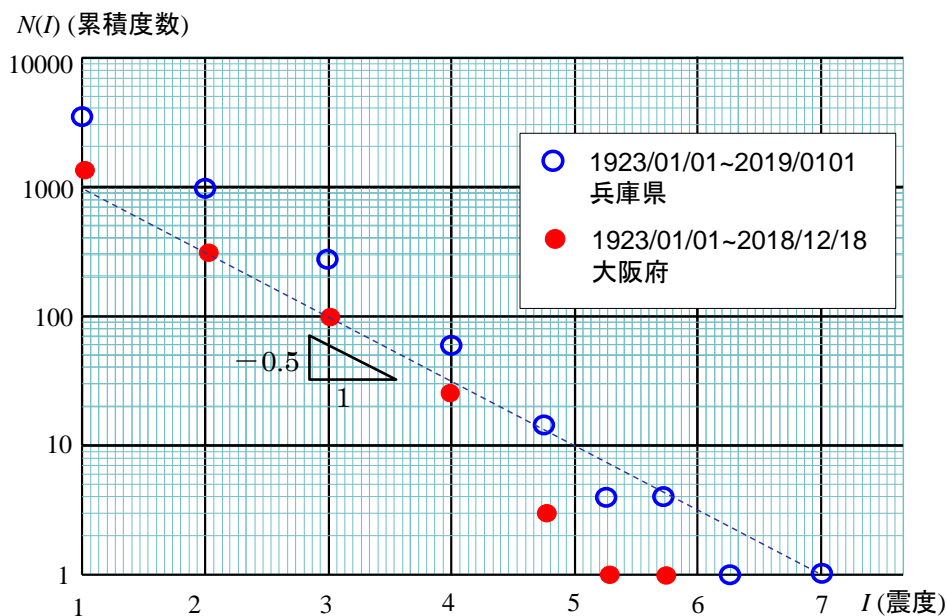


図 1 震度－累積度数分布

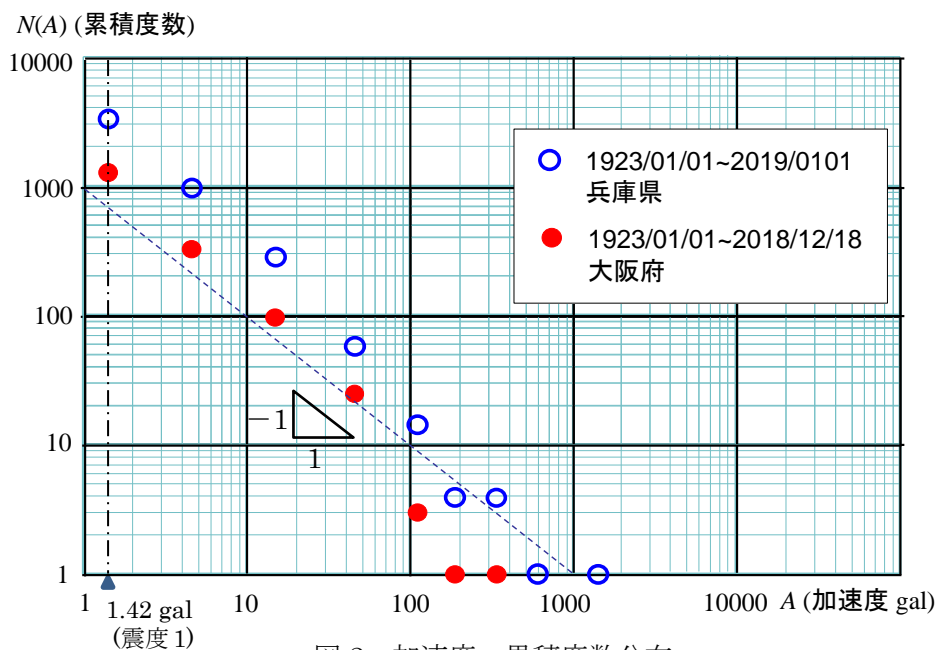


図 2 加速度－累積度数分布

図 1 は表 1, 2 の累積和(累積度数)と震度との関係をプロットしたものです。●印は大阪府の表 1 に、○印は兵庫県の表 2 に対応します。

一方、地震の加速度を A (gal) とおけば、震度 I の関数として次式で与えられています[2,3]。

$$\log A = -0.35 + 0.5 I \quad (1)$$

本関数については諸説ありますが、全てが片対数関係で与えられており、ここでは最も簡明でポピュラーな河角式を採用します。

図 1 の震度 I について式 1 を用いて加速度 A に置きなおしたのが図 2 です。

図1中の観測値は右下がりの直線的な傾向を示しています。震度 I を式1で加速度 A に置き直した図2でも同じことが言えます。図1の -0.5 勾配は図2では式1(震度 I の係数が0.5)から -1 負勾配になります。図2は加速度-累積度数分布がべき乗則に従っていることを示しています。図1,2中には斜め破線を勾配の目安として併記しています。

注1:ここで断っておきますが、地震の発生回数と発生度数は同じ意味で、そして累積和、累積回数、累積度数、超過回数も全て同じ意味です。地震学や確率統計学などの各専門分野によって語法は異なりますので、本稿ではあえて統一していません。

注2:震度の算法についても過去には諸説がありますが、今日では自動計測化されており、さらに震度 I 弱のような表記も用いられていますので、ここでは震度もアバウトな値としてみてください。同様に、対応する加速度も幅をもって評価すべき値です。

注3:べき乗則の勾配についても、これまでも諸説ある中で議論を簡単にするためラウンドナンバーを意図的に目指して来ましたので、あくまでもアバウトな値です。

ハザードカーブ：累積度数と超過確率の違い

J-SHISの地震ハザードカルテ[4]のハザードカーブは、縦軸が超過確率の対数、横軸が加速度のリニアスケールという片対数グラフです。図2は縦軸の累積度数(超過回数)、横軸の加速度共に対数の両対数グラフですが、縦軸のみ100年超過確率に変換したのが図3です。

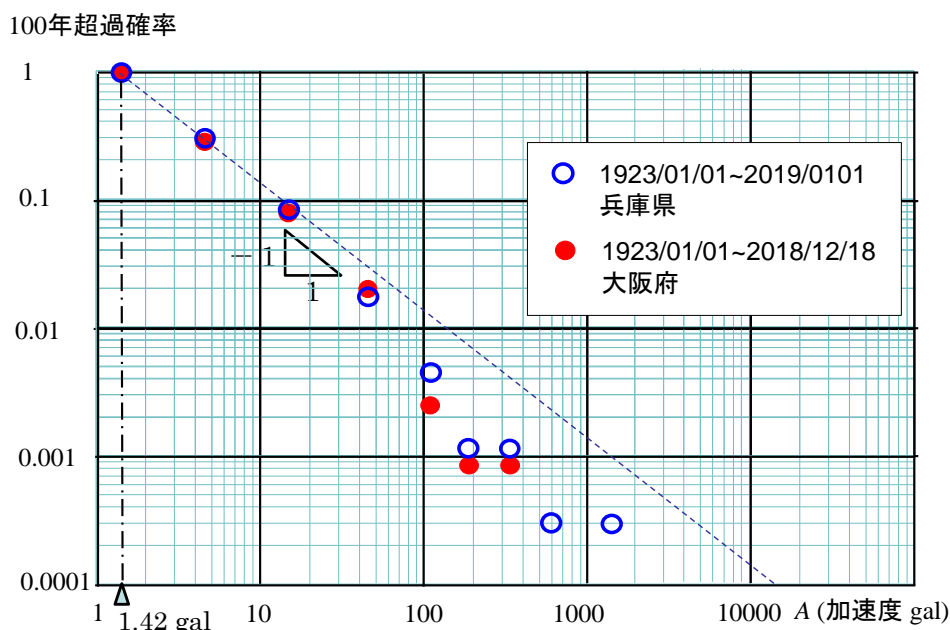


図3 工学的ハザードカーブとしての加速度-超過確率分布

理論的には超過確率は累積度数を加速度がゼロの場合の累積度数すなわち全地震生起度数で割って得られますから、加速度がゼロの場合では1になります。(J-SHISのハザードカーブでもそうになっています。)一方、べき乗則では加速度がゼロの場合、累積度数は ∞ に

なりますから、超過確率を求めることはできません。

しかし、表 1, 2、図 1 では防災工学的に意味のある最小の震度を 1 としています。対応する加速度を式 1 から求めますと 1.42 gal となり、図 2 中一点鎖線で示されますが、そこを加速度－累積度数分布の起点としても工学的に問題はありませぬ。とすればその時の累積度数で縦軸を割ってやれば、超過確率になると見做すことができます。これらは約 100 年間のデータに基づいていますから、100 年超過確率と称することができ、このようにして描いたのが図 3 です。

図 3 で改めて気づいたのですが、100 年超過確率というのは 100 年間に地震が 1 度発生するとすれば、それがある加速度以上の地震となる確率を意味しています。これは J-SHIS のハザードカーブでも同じことです。しかし図 2 では大阪府も兵庫県も加速度 1.42gal 以上の地震の累積度は 1 以上でさらに異なっているにもかかわらず、図 3 の 100 年超過確率分布はべき乗則に従いつつほぼ同じ負勾配でほぼ同一線上に乗っています。これは大阪府と兵庫県を一体とした広域の震度データの平均像を示していることになり、J-SHIS とは意味も様相も異なりますから、本稿では図 3 を工学的ハザードカーブと称することにします。

従って図 3 で注意すべきは、ある加速度以上の地震が発生する超過確率は同じでも、発生する地震の総度は地域によって異なりますから、地域性に配慮するならば地震の頻度の評価には超過確率だけでなく当該地域の地震の発生総度も考慮する必要があることです。そこで第一次近似(線形)として超過確率に発生総度を掛けることで頻度の評価を公平にしようでしょうか。とすれば元の累積度数に戻りますから、図 2 の加速度－累積度数分布で地震の頻度を評価するほうが過去のデータに忠実な感じがします。

上記議論の具体例として地震の再現期間について考えます。J-SHIS のハザードカーブでは Y 年間の超過確率を $P(A)$ とすれば、第一次近似として再現期間は $Y \div P(A)$ で与えられますが、図 3 の工学的ハザードカーブでは $P(A)$ に図 2 で示される当該地域の Y 年間の総累積地震度数 $N(1.42)$ を掛ける必要があり、 $Y \div \{P(A) * N(1.42)\}$ となります。しかし図 3 では $P(A)$ は $N(A) \div N(1.42)$ ですから、結局、再現期間は $Y \div N(A)$ のように図 2 の累積度数 $N(A)$ で割ればよいことになり、これは第一次近似としての平均再現期間(再現期間の期待値)となり矛盾はありません。詰まるところ地震動の再現期間を図 2 の加速度－累積度数分布で予測するほうが簡単で分かり易く、当該地域では経験則にも近いと感ぜられるでしょう。

極論すれば、確率論的に手を加えない生の統計に過ぎない図 2 の分布のほうにはるかに現実味があるということです。J-SHIS の確率予測は当該地域の地盤特性や地震の型などが考慮された精緻なものですが、従来から噂されている現実との違和感の要因はこの辺りにもあるように思われますが如何でしょうか。

あとがき

本稿では、気象庁の震度データベースと式 1 の震度－加速度関係から求めた図 2、3 のように加速度に対する累積度数や超過確率の分布がほぼべき乗則に従うことを示しました。

さらに、図 2 の加速度－累積度数分布には地域性という特性が示されており、他方、一本の斜線に収束する図 3 の工学的ハザードカーブにもより広域の地域を対象とする地震現象の普遍的な性質を簡潔に表しているという利点があります。

図 2, 3 では、兵庫県のデータが大阪府のデータよりも右下方に長く伸びています。これは周知の 1995 年兵庫県南部地震（最大震度 7）によるものです。大阪府でも昨年（2018 年）の大阪北部地震（震度 6 弱）が右下方端部に位置しています。想像力を逞しくすれば、観測期間が長くなると大地震の度にべき乗則分布の斜線が右下方に延伸すると思われそうです。

図 2 の累積度数分布に戻りますと、観測期間が長くなると総度数と最大加速度が増すことからべき乗則を示す斜線が右上方にシフトしてゆく傾向がみられます。これは横軸を震度に戻した図 1 についても同様で、筆者の本シリーズの既往のコンテンツで考察しました震源の地震マグニチュードに関する地震エントロピー仮説とも整合します。

文献[5]では地震現象へのべき乗則の適応性が言及されていますが、本サイトのシリーズはその考察のさらなる展開を目指しています。本稿では観測期間 100 年のデータに基づいて考察してきましたが、観測期間の長短の影響も大きく、長くなるほどデータは平均化されます。推測ですが、天候と同様に地震データは時空間が小さくなるほど各期間や各地域間のばらつきは大きくなるという一種の不確定性原理が働いているようです。従って、観測期間や地域性も分別されている気象庁の震度データベースは、誰もが引用できる身近なものであり、防災上もっと活用されるようになればと思います。

寺田寅彦博士の箴言として、「天災は忘れたころにやってくる」や「災害を正しく恐れる」などがありますが、彼は災害現象のべき乗則を直感的に認識していたものと思われそうです。

付言すれば、地震データから導かれるべき乗則やその時間的経緯から得られる地震エントロピー増大則の仮説がさらに定量的に実証されるならば、破局的なマグニチュードや震度の巨大地震が起きる時期の推定が可能となりますから、不気味な感じもします。

参考文献：

[1]気象庁：震度データベース検索。

<http://www.data.jma.go.jp/svd/eqdb/data/shindo/index.php>

[2]河角廣：震度と震度階、地震、第 1 輯、第 15 巻、pp. 6~12, 1943.

[3]宇津徳治：地震学、共立全書、昭和 53 年（初版 3 刷）、pp. 111~114.

[4]防災科学技術研究所：J-SHIS 地震ハザードカルテ。

<http://www.j-shis.bosai.go.jp/labs/karte/>

[5]例えば：マーク・ブキャナン原著、水谷淳訳：歴史は「べき乗則」で動く、種の絶滅から戦争までを読み解く複雑系科学、早川書房、2009. 8.

補足：前稿の p.3、上から 3 行目におきまして、以下のようにミスプリを修正します。

$$G-R \text{ 式} (\log n(M) = a - b \log M) \Rightarrow G-R \text{ 式} (\log n(M) = a - b M)$$