

地震マクロスケッチ III

(べき乗則と震災過程)

2016年7月18日

河村 廣

はじめ

前報の地震マクロスケッチIIでは震源における地殻の破壊メカニズムがべき乗則に従うことを示しましたが、本報では被災地における震災の大きさがべき乗則に従うかどうか調べたいと思います。震源ではマグニチュード M を媒介変数としましたが、本報では地震強さとして慣用されている震度 I を用います (補1)。

地震震度の累積度数分布

前々報の地震マクロスケッチIにおいて既に述べましたが、震度 I 以上の地震発生に関する累積度数分布 $N(I)$ は連続値としての震度により次式のように求まります。

$$\log N(I) = c' - d I \quad (1)$$

$$N(I) = 10^{c'} \cdot 10^{-dI} \quad (2)$$

式1は式2の両辺について対数をとったものです。マグニチュードと同じように c' , d は常数ですが、 I の係数 d は全国的にみて大よそ 0.5 とされており、係数にはマイナスが付かれていますから $N(I)$ は 10 の dI 乗に逆比例し、 I が 1 増えれば $N(I)$ は $1/10^{0.5}$ 、即ち約 $1/3$ に、 I が 1 減れば $N(I)$ は約 3 倍になることを意味しています。

地震震度と最大加速度振幅

建物の耐震設計に用いられる地盤振動の最大加速度振幅を A とおけば、震度 I により大よそ次式の関係で示されます[1, 2]。

$$\log A = -g + h I \quad (3)$$

$$A = 10^{-g} \cdot 10^{hI} \quad (4)$$

式3は式4の両辺の常用対数をとって導かれたもので、 g, h は常数ですが、 I の係数 h は 0.5 で与えられ、 g については若干の議論があるようです。

式4は式3の数学的意味をより分かり易く表現しています。即ち、 A は 10 の hI 乗に比例して大きくなり、 h が大よそ 0.5 とされていることから、 I が 1 増えれば A は $10^{0.5}$ 、約 3 倍になることを意味しています。振幅 A の対数をとれば、この関係を震度 I について片対数軸座標で容易な直線で近似することができるわけです。

最大加速度振幅の累積度数分布

式1と3から I を消去すれば、最大加速度振幅の累積度数分布として次式を得ます。

$$\log N(A) = c' - \frac{gd}{h} - \frac{d}{h} \log A \quad (5)$$

$$N(A) = 10^{c' - \frac{gd}{h}} \cdot A^{-\frac{d}{h}} \quad (6)$$

d, h は共に略 0.5 ですから、式 5、6 から $N(A)$ は A に対して両対数軸座標で -1 の負勾配直線となり、べき乗則に従っていることが分かります。

地震震度と震災規模

地震が収まると被災地域（市町村など）では死者・重傷者数 MD 、全壊建物戸数 SD などが報じられますが、地域の人口を P 、震度を I とすれば、それらの震災規模は大よそですが下記の関係式で表されます[3]（補 2）。（ i, j, k, l は常数）

$$\log \frac{MD}{P} = i + j I \quad (7)$$

$$\log \frac{SD}{P} = k + l I \quad (8)$$

断っておきたいことは、式 8 では左辺で SD が地域の規模として総戸数ではなく総人口 P で規準化されていることです。しかし、 P から総所帯数即ち総住戸数を推定すれば P に概略比例するでしょうから、式 8 の関数形は大きくは変わらないものと思われま

す。式 7、8 の I の係数 j, l は略 1.5 前後であることから、 $MD/P, SD/P$ は I が 1 増えると $10^{1.5}$ 、約 30 倍になることが分かります。

震災規模の累積度数分布

式 1 と式 7、8 から I を消去すれば、震災規模の累積度数分布は最大加速度分布の式 5、6 と同様に次式のように導かれます。

$$\log N\left(\frac{MD}{P}\right) = c' + i d/j - d/j \log \frac{MD}{P} \quad (9)$$

$$N\left(\frac{MD}{P}\right) = 10^{c' + i d/j} \cdot \left(\frac{MD}{P}\right)^{-d/j} \quad (10)$$

$$\log N\left(\frac{SD}{P}\right) = c' + k d/l - d/l \log \left(\frac{SD}{P}\right) \quad (11)$$

$$N\left(\frac{SD}{P}\right) = 10^{c' + k d/l} \cdot \left(\frac{SD}{P}\right)^{-d/l} \quad (12)$$

d は略 0.5、 j, l は略 1.5 ですから、上記の震災規模の累積度数分布は震災規模に対し両対数軸座標で $-0.5/1.5 = -1/3$ の負勾配を有する直線となりべき乗則に従っています。

考察

累積度数分布は観測期間における総度数で割れば累積確率分布になり、確率変数の超過確率の概算の根拠になります。更に、べき乗則に従うことが分かれば観測期間の外挿も可能になり、応用性も倍加します。何度も申しますが、超過確率は「～以上が生じる確率」ということですから、これまでの確率変数、マグニチュード、断層長さ、震度、最大加速度振幅、死者・重傷者数率、全壊建物戸数率などへも同様の配慮が必要です。

べき乗則に従うことは複雑系の自己組織的臨界状態であることを示唆しています。更に前報で提示したピラミッド・樹状ハイブリッドモデルに基づくと、ピラミッドモデルの増大許容率 p と樹状モデルの拡大倍率 m は、べき乗指数を $-\alpha/\beta$ とすれば、次式の関係にあることが、前報の地震マクロスケッチⅡで示されています。

$$\frac{-\alpha}{\beta} = \frac{\log p}{\log m} \quad (12)$$

従って、 p と m は次式で求まります。

$$p = 10^{-\alpha} \quad (13)$$

$$m = 10^{\beta} \quad (14)$$

震源ではなく被災地においてもピラミッド・樹状ハイブリッドモデルを適用することには、物理的イメージとしては違和感を覚える向きも多いかと思いますが、以下のように考えれば如何でしょうか。

震源ではプレート移動によって生じるストレスの下で地殻の弱い箇所でマグニチュード M の規模の爆弾が炸裂する、のと同じように、爆弾 M からある距離をおいた被災地では震度 I という爆弾が破裂する、と思えばよいのではないのでしょうか。

M も I も元は便宜的、仮説的に考案されたもので、その定義についても提案者や国によっても種々あり、更に地震学の進歩と共に変遷もして来ています (補3)。

しかし、 M や I を媒介変数としてピラミッド・樹状ハイブリッドモデルを構成することが可能となり、更に、増大許容率 p や樹状モデルの拡大倍率 m を算定できることから、震源の破壊過程や被災地の震災過程などのメカニズムの解明や防災・減災などへの有力な手掛かりになりますので、今後の課題とします。

結び

本報では前報の震源メカニズムに次いで、被災地における震災 (最大加速度振幅、死者・重傷者数割合、全壊建物戸数割合) の規模とその累積度数分布からべき乗則が成立し、自己組織的臨界状態であることを示しました。従って、震源メカニズムでのマグニチュード M と同様に、被災地では震度 I が媒介変数としてピラミッド・樹状ハイブリッドモデルの適用が可能で、震災派生過程のメカニズムの解明にも役立つものと思われま

補足 1 :

震度は公的には気象庁発表の値が使われているものと思われま

補足 2 :

本近似式は筆者の文献[3]から引用したのですが、幾つかお断りしておく必要があります。

これらの実験式は小山博士の文献[5]のデータをプロットして導いたものですが、データは鳥取県西部地震と兵庫県南部地震から得られたものです。建物や人的災害と震度との関係については、他にモデル関数によるより精細な研究[6]がありますので参照してください。

尚、筆者の文献[3]では実験式を誘導する図や式における被害率のオーダーについて $\times 10^4$ （対数軸では -4 の並行移動）が未記入ですので、ここでお詫びして修正致します。しかし震度 I に対する勾配 j 、 I については影響がありませんのでご了解ください。

補足 3 :

震度 I の変遷が文献[4]に記されていることは既に述べましたが、マグニチュード M が定義の仕方でも各種存在することは文献[7]に記されています。実は、震度 I もマグニチュード M も、地震学と人間社会とを結ぶ人工的パイプとして地震学者により考案されたものと言ってよいでしょう。

ここで興味あることですが、文献[1]でも示唆されていますが、上記によく似た関係性として有名なフェヒナーの法則というのがあります。

ある現象固有の客観的な量を O 、その現象を受け止める側の心理的、感覚的な量を S とすれば、次式が成り立つとされています。（ C は常数です）

$$S = C \log O \quad (15)$$

例として床震動、音、匂い、味覚などの強さを挙げますと、客観的な物理量の対数をとるほうが私たちはその強さを比例的に感じることは、経験的にも納得がゆきます。

従って、頻度、断層長さ、最大加速度振幅、建物や人的災害率などは客観的事実ですから式 15 では O に該当し、震度 I やマグニチュード M は S に対応するものと見ることが出来ます。とすれば震度 I やマグニチュード M は主観的な感覚量になりますが、先に述べましたように I も M も社会的かつ人工的な値ですから、本質は変わらないと言えましょう。

このように私たちの神経系や地震防災社会では対数関数という情報処理が行われているにも拘らず、耐震設計の分野ではリニアスケールでしか対応できないところに大きな落差を感じざるを得ません。

文献 :

- [1]河角廣：震度と震度階、地震、第1輯、第15巻、pp. 6~12, 1943.
- [2]宇津徳治：地震学、共立全書、昭和53年（初版3刷）、pp. 111~114.
- [3]河村廣：地震防災学の定量的グランドスキーム—複雑系への逆システム学的アプローチ—、日本建築学会近畿支部研究報告集、第47号、計画系、pp.537~540, 6, 2007.
- [4]気象庁：震度の活用と震度階級の変遷等に関する参考資料、pp.I-10~11, 平成21年3月。
<http://www.data.jma.go.jp/svd/eqev/data/study-panel/shindo-kentokai/hensen.pdf> (2016年7月13日現在)

- [5]小山真紀：2000年鳥取県西部地震における市町村の応急対応とそのモデル化に関する研究、東濃地震科学研究所報告、Seq. No.17, 地震防災分野、p.120,12, 2005.
- [6]能島暢呂、久世益充、杉戸真太：2000～2005年の主な地震による震度曝露人口と住家・人的被害との相関に関する考察、自然災害科学、J. JSNDS, 25-2, pp.165~182, 2006.
- [7]国立天文台編：理科年表、平成28年、第89冊、pp.716~718, 平成27年11月、丸善出版.