地震エントロピー仮説

平成 29 年(2017 年) 2 月 21 日
河　村　　廣

まとめ

本シリーズの耐震・防災・談話室を執筆して来た際、常に心に引っ掛かっていたことがあります。地震マグニチュード M は便利さということで多用されていますが、理論的な意味もあるのではないかということです。

先ず M は度数や累積度数の対数で表されることからエントロピー的な数式表現と類似していますし、次いで M の最大値は年月の経過と共に増大しつつあるように思われます。

結論から言いますと、それはエントロピー的な物理量に相当することに思い至り、本稿では地震エントロピー仮説を提唱しました。

エントロピーは熱力学、統計力学、情報論の立場から提唱されており、一般人向けにいろいろな解説がなされています[1]。しかし地震現象は空間的にも、時間的にも、確率的にも一様な分布や平均値のある分布を示さないことは、これまでにも縷々述べてきましたように、既往のエントロピー論をそのまま当てはめる訳にはゆきません。本稿の地震エントロピー仮説は、複雑系や自己組織的現象における過渡的な状態を対象としています。

地震エントロピー仮説

既往のエントロピーに関する難しい議論は差し置いて、地震現象の統計的な性質の復習から始めましょう。

元々はC.F.リヒターが地震の大小を決める為に､地震計の振幅を用いて定義したもので、飽くまでも実用上であって今日では種々の定義の仕方があり､詳細は文献[2－1]を参照して下さい。

文献[2－2]にも記されていますが､グーテンベルクとリヒターは地震 M の度数分布 $n(M)$ が式 1 で示されることを示し、M の統計上の意義も見出しました。

$$\log n(M) = a - b\ M \qquad (1)$$

更に $n(M)$ を積分し M 以上の累積度数分布 $N(M)$ を求めると式 2 のようになり､M の係数 b は変わりません。式 1，2 の係数 b は地域固有の値であることも分かっています。

$$\log N(M) = a' - b\ M \qquad (2)$$

式 1 ,2 の実測例が文献[2－2]の図 5.3 に図示されており､参考のためコピーして下記の図 1 に示します。同文献でも提示されていますが､ある地域ある期間における最大の M を M_1^* とおけば、式 2 は式 3 のようになり、図示すれば図 2 の右下がりの黒い線分になります。

但し、図 2 の N_T は発生地震の総度数です。

$$\log N(M) = b\left(M_1^* - M\right) \qquad (3)$$

更に上式を変形すると、次式を得ます。

$$\log N(M) + bM = bM_1^* \qquad (3')$$

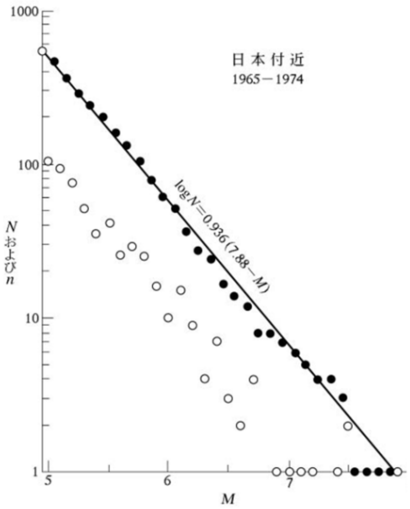

図１　地震Mの度数n及び累積度数N分布[1−2]

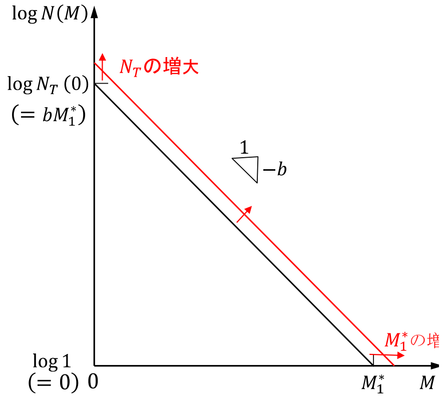

図２　地震Mの累積度数N分布の増大

ここで地震観測期間を長くとると地震は起こり続けますのでN_T 及びM_1^* は増大し、負勾配の係数b が地域の固有値で変わらないとすれば、図 2 の右下がりの黒い線分は赤い線分のように右上方に並行に上昇します。この増大と上昇は時間経過において継続し、決して減少、下降することはありませんから、式(3')をここでは地震エントロピーと名付けます。

勿論現実には図 3 の青い曲線のように不規則な蛇行を繰り返しつつ右上方に上昇してゆくものと思われますので、図 2 は飽くまでも理想化、平均化された過程を描いたものです。

更に$N(M)/N_T$ が累積確率分布になることを考慮し、それを$N_c(M)$ とおけば、次式のように求まり、図示すれば図 4 のようになります。

$$
\begin{aligned}
\log N_c\,(M) &= \log\{N(M)/N_T\} = \log N(M) - \log N_T \\
&= b\left(M_1^* - M\right) - bM_1^* = -bM
\end{aligned}
\tag{4}
$$

定式は累積確率分布をとると図 2 の右下がり斜線が図 4 のように固有の斜線 1 本になることを示しています。図 4 からはM_1^* が増大してゆけば固有の斜線上を右下方向に下ってゆくことが分かります。言い換えれば、最小の累積確率は減少を続けることになり、確率の減少が情報量の増大を意味するという情報エントロピーの性質とも一致します。

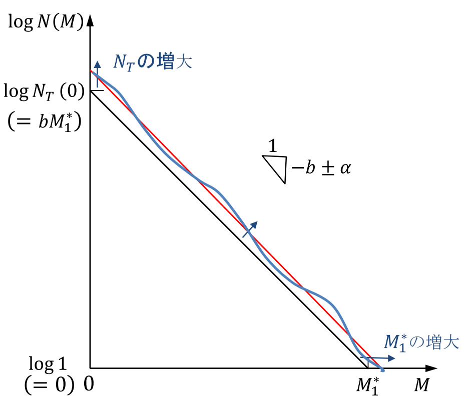

図３　地震Mの累積度数N分布の蛇行的増大

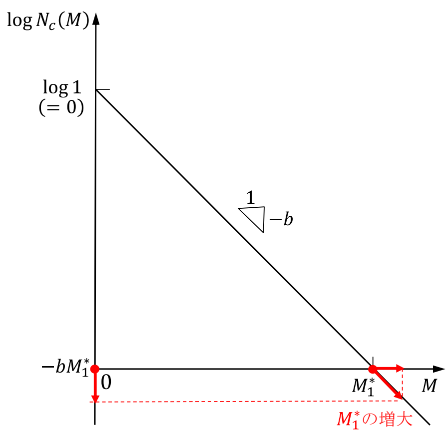

図４　地震Mの累積確率N_c分布上の M_1^* の増大

物理的なエントロピーとの比較

エントロピーという言葉は話としてはよく聞きますし、いろいろな解説書も出版されていますが、筆者も含めて一般の人は改めて厳密な定義を問われても戸惑うばかりでしょう。しかし一般的に次のような性質を持っていることを、ぼんやりとですが理解している人は多いと思います。

① 常に増え続け、決して減ることはない。

② 無秩序さの程度を表している。

これらは物理的な状態量を表すエントロピーで、例えば、コップの中の水に赤いインクを一滴たらすとだんだんと広がってゆき、最後にはコップの中の水は一様なピンク色に染まりますが、これは経験的にも分かり易いエントロピー増大のイメージを現しています。更に、コップの中の冷たい水に熱いお湯を少し注ぐと、最後にはぬるま湯になる、ということも体感で納得できるエントロピーの増大則による現象です。

物理的なエントロピーは無秩序さを表していますから、その増大は無秩序さが最大になった時にストップします。コップの中の水が最後に一様にピンク色に染まるのもぬるま湯になるのも、同じ現象と言えます。

要約すれば、自然現象は無秩序の方向に不可逆的に向かいつつあり、確率的には起こりやすい方向に向かっているということになります。

一方、同じ物理現象ですが地震現象について考えますと、プレートテクトニクスによれば常に一定の力を受けている地殻が常に大小の亀裂即ち断層を生じ続ける現象と見ることができます。しかしこの大小の断層は M と同じように等しい大きさで一様に分布していないことは一目瞭然で、この点が物理的なエントロピーの増大現象と異なるところです。

この断層の大小の分布はフラクタル現象と関係がありそうですので、次の機会に考察を加ええることとします。

情報論的なエントロピーとの比較

一方で、情報論の立場からのエントロピーは確率的には起こりにくい現象が生じると、そこから得る情報量即ち情報エントロピーは増加すると説明されています。一般に情報量は増え続けており情報エントロピーも同様と思われますが、上記の物理的な状態量のエントロピー増加は確率的に起こりやすい方向に向かっているという説明と確率的には真逆の方向です。

しかし、図 4 及び式 4 でも示しましたが、 M_1^* が増大すると累積確率は減少しますが、地震発生現象に関する情報量は、右下がりの線分の長さが長くなる方向に増えて行くことになり、情報論的なエントロピー解釈がここでも成立することになります。

地震エントロピー仮説の意義

地震マグニチュード M には上限があると漠然と思われていますが、地震エントロピー仮

説によれば、常に増え続けることから、上限説は希望的観測に過ぎないことになります。

地殻の崩壊過程においては、ガラスや陶器の破片と同じで、M や断層の大小には分布があり、ここに複雑系や自己組織的現象と類似の性質が見られ、この点で既往の物理的なエントロピーとは異なっています。

しかし、この分布があるために、最大地震は大きくなり続け上限はないのですが、生じる確率が少なくなるにつれ地震現象に関する情報量は増えて行く、という情報論的なエントロピーと同様の解釈が物理現象において成り立つところが興味深いと言えます。

文献：

[1]例えば、鈴木 炎：エントロピーをめぐる冒険、初心者のための統計熱力学、ブルーバックス、講談社、2014 年 12 月、第 1 刷.

[2－1]宇津徳治 : 地震学、5.2　地震のマグニチュード、共立全書、昭和 53 年（初版 3 刷）、pp. 118～126.

[2－2]宇津徳治 : 地震学、5.4　地震のマグニチュードの度数分布、A. Gutenberg－Richter の式、同上、pp. 129～131.